

*Research Reports of
National Institute of Technology, Tokyo College
No. 50, Mar. 2019*

東京工業高等専門学校
研 究 報 告 書



第 50 号

2019. 3

目 次

“From Man to Notman” —Robinson Jeffers’ s Inhumanist Philosophy—	Hitoshi YOKOMIZO	1
$\Gamma_0^*(13)$ 上の Eisenstein 級数	南出 大樹, 越高 陸	8
GISを用いた古代スリランカの水利施設築造の地理的条件の解明	鈴木 慎也	18
車軸と車輪の間の動摩擦係数(減速係数)の測定4 —レーザー光を用いた光変調フォトIC を用いて—	藤井 俊介	23
自然数の分割とその応用について	安富 義泰, 丸山 文綱	28
小グループをベースとした座学の取り組みに対する授業アンケートの自由記述分析による評価	黒田 一寿	32
熱負荷を受ける波型重ね合わせ接着継手の力学特性	志村 穰, 渡部遥平, 黒崎 茂	41
酸化物半導体 SnO ₂ ガスセンサの作製と評価	伊藤 浩	46
リアルタイムビッグデータのためのモバイルVPN マルチホップネットワークの一検討	田中 晶、澁田 叡知、中新井田 覚志、河野 雅、川向 凜 杉本 新、橘 直輝、東宇 辰朗、真下 稔央、橘爪 嘉輔	51
流動層焼却灰中のフッ素の溶出量の簡便迅速な測定方法の開発	庄司 良, 廣田 季璃, 深浦 仁美, 高木 泰憲, 若杉 玲子, 甲野 裕之	58
桃太郎絵巻から見えるもう一つの桃太郎像(下)	船戸 美智子	62

CONTENTS

“From Man to Notman”

—Robinson Jeffers’s Inhumanist Philosophy—

Hitoshi YOKOMIZO 1

Eisenstein Series for $\Gamma_0^*(13)$

Hiroki MINAMIDE, Riku KOSHITAKA 8

Clarifying the geographical condition of irrigation system of ancient Sri Lanka Using GIS Shinya SUZUKI 18

Measurement of Deceleration Coefficient in a Simple Experimental System with One Wheel and One Axis part 4

—rotation and direction detection system with laser and photo IC for encoder— Shunsuke FUJII 23

On a partition of Natural Numbers and its Application Yoshiyasu YASUTOMI, Fumitsuna MARUYAMA 28

Students' Evaluation by Free Writing Questionnaire for the Class

Based on Small Groups Kazutoshi KURODA 32

Mechanical Properties of Adhesively Bonded Wavy-lap Joints

Subjected to Heat Loadings Jyo SHIMURA, Yohei WATANABE, Shigeru KUROSAKI 41

Fabrication and evaluation of oxide semiconductor SnO₂ gas sensor Hiroshi ITO 46

A study on mobile VPN multihop networks for real-time big data

Akira TANAKA, Akitomo SHIBUTA, Satoshi NAKANIIDA, Masaki KAWANO, 51
Rin KAWAMUKAI, Arata SUGIMOTO, Naoki TACHIBANA, Tatsuro TOU,
Toshichika MASHIMO, Yoshisuke HASHIZUME

Simple and rapid measurement method of fluorine elution

Ryo SHOJI, Kiri HIROTA, Hitomi FUKAURA, Yasunori TAKAKI, 58
Reiko WAKASUGI, Hiroyuki KONO

On the Image of Momotaro in Momotaro Emaki

Michiko FUNATO 62

“From Man to Notman”

—Robinson Jeffers’s Inhumanist Philosophy—

Hitoshi YOKOMIZO*

This essay gives a brief introduction to American poet Robinson Jeffers’s inhumanist philosophy and poetics. Compared with other American poets of his generation, Jeffers has been undeservingly underestimated in the past few decades despite of his great contribution to the American poetry and his great insight into the natural environment in which all beings, human or non-human, exist. Grounded upon his inhumanist philosophy, Jeffers’s environmentally-conscious poems have potential to relativize our simple dichotomies: subject/object, humans/animals and so forth. In a poem titled “Animals,” Jeffers expands the definition of “animal” and questions our anthropocentric manner of seeing things.

(Keywords: Robinson Jeffers, inhumanist philosophy, American poetry)

1. Introduction

In a 1912 letter to his future wife, Una Call Kuster, Robinson Jeffers refers to Ralph Waldo Emerson in an ambivalent tone: “As you remarked... Emerson’s a great and good man... But I think that Emerson treats experience in too ‘pessimistic’ a manner” (*Selected Letters* 121). While showing some respect for the great precursor, Jeffers here appears to be somewhat critical of Emerson’s “pessimistic” philosophy. Jeffers’s equivocal attitude toward Emerson is presumably attributed to the fact that whereas Jeffers shares certain kinds of views of nature with Emerson, he distrusts Emerson’s privileging of human beings over nature/non-human beings.¹ This paper, at first, focuses on the philosophies of Emerson and Jeffers in terms of treatment of nature, and examines not only how Jeffers shares views of nature with Emerson, but also how he constructs his own philosophy called “inhumanism” differently from Emerson’s transcendentalist philosophy. In this first section, I will show that while Jeffers shares a certain kind of organism with Emerson, his inhumanist philosophy differs from Emerson’s transcendentalist philosophy in that Jeffers places a special emphasis on non-human beings over human beings, whereas Emerson does on human-beings over non-human beings (nature). Secondly, this paper centers on Jeffers’s poem titled “Animals,” and explores how Jeffers’s inhumanist philosophy works in the poem. In this second section, I will show that Jeffers, in “Animals,” presents an inhumanist idea, “animal life,” which relativizes an anthropocentric view of the relationship between human beings and animals. This paper aims to illuminate the essence of Jeffers’s inhumanist philosophy.

2. Jeffers’s Inhumanist Philosophy

What is at stake in considering a kinship between Emerson and Jeffers is their commitment to the notion of an organic universe. As is well known, Emerson’s philosophy is marked by his commitment to the Universe and organism. For instance, Emerson, in his essay, “Representative Men,” refers to “a constant law of the

*Department of Liberal Arts

organic body” (672); in addition, when he discusses his poetics in “The Poet,” Emerson uses the terms such as “the whole universe” or “organic forms” (458). It’s possible to detect in Jeffers’s poetics a similar tendency.

Jeffers’s poetics revolves around an organic view of the world. In a 1934 letter to Sister Mary James Power, Jeffers advances his belief that “the universe is one being, all its parts are different expressions of the same energy, and they are all in communication with each other, influencing each other, therefore parts of one organic whole” (*Wild God* 189). In this vein, it would be fair to see an affinity between Emerson and Jeffers concerning the notion of an organic whole.² Stuart Noble-Goodman conceives Jeffers to be allied to “the strain of Romanticism that runs through Emerson and Walt Whitman,” and attributes his romantic lineage to his “focus on the individual, his apparent pantheism, and his organism” (197).³ It seems, however, that while Jeffers shares some commonalities with Romantic writers, particularly with Emerson, his way of approaching nature is not necessarily in harmony with that of Emerson. Both Emerson and Jeffers are occupied with the notion of an organic universe; nevertheless, they seem to differ in treatment of nature.

Put simply, Emerson places a special emphasis on human beings but not on nature; Jeffers does on non-human beings but not on human beings.⁴ In “The Poet,” Emerson makes an anthropocentric case: “The earth and the heavenly bodies, physics and chemistry, we sensually treat, as if they were self-existent; but these are the retinue of that Being we have” (453). Here, it seems that Emerson ascribes not only natural but also scientific phenomenon to human beings. In addition, he puts a particular emphasis on “human history” over “natural history” in his essay, “Nature”: “All the facts in natural history taken by themselves have no value, but are barren, like a single sex. But marry it to human history, and it is full of life” (21). Emerson suggests here that natural history is of value only in the relationship with human history. Taking into consideration Emerson’s statement that “The whole of Nature is a metaphor of the human mind” (24), it is probably fair to assert that Emerson’s frame of reference is anthropocentric.

Also, Emerson maybe emerges as an anthropocentric figure who looks upon nature as a tool for his transcendence in paying attention to Emerson’s famous statement about a “transcendental eyeball” in “Nature”:

Crossing a bare common, in snow puddles, at twilight, under a clouded sky, without having in my thoughts any occurrence of special good fortune, I have enjoyed a perfect exhilaration. I am glad to the brink of fear. In the woods too, a man casts off his years, as the snake his slough, and at what period soever of life, is always a child. In the woods, is perpetual youth. Within these plantations of God, a decorum and sanctity reign, a perennial festival is dressed, and the guest sees not how he should tire of them in a thousand years. In the woods, we return to reason and faith. There I feel that nothing can befall me in life,—no disgrace, no calamity, (leaving me my eyes,) which nature cannot repair. Standing on the bare ground, —my head bathed by the blithe air, and uplifted into infinite space, —all mean egotism vanishes. I become a transparent eye-ball; I am nothing; I see all; the currents of the Universal Being circulate through me; I am part or particle of God. (10)

In this long passage, Emerson describes the process in which he arrives at transcendence. While he represents

nature in a lyrical tone, Emerson appears to make it the background of his metaphysical project. The passage starts with some description of nature (“snow puddles, at twilight, under a clouded sky”); it is immediately tainted with a subjective or anthropocentric tone, as it is notably exemplified by the recurrent “I.” It seems to me that nature, in this passage, is a vehicle for “I” to transcend to the Universal Being. In this context, Alan Brasher might be right when he points out that Emerson sees “nature as a means to be employed in man’s search for the all-pervasive oversoul” (146). I want to note, however, that Emerson’s philosophy neither necessarily deserves criticism nor necessarily conflicts with Jeffers’s.

Despite my highlighting of Emerson’s anthropocentrism, I have to acknowledge that Emersonian philosophy has some room to be argued in terms of his *non*-anthropocentrism. For instance, Emerson remarks in his essay, “History,” that “he [humankind] is . . . the correlative of nature” and that “his power consists in the multitude of his affinities, in the fact that his life is intertwined with the whole chain of organic *and inorganic being*” (254: emphasis added). Emerson here mentions the correlative relationship between human beings and non-human beings; he sees human beings in terms of their correlative relationship with “the whole chain of organic and inorganic being.” It might be possible to detect here a close kinship between Emerson and Jeffers regarding the commitment to non-human beings. As I have italicized, Emerson’s reference to “inorganic being” is important, for it recalls Jeffers’s commitment to inorganic substance like stone. In this vein, we might be able to say that Jeffers owes his philosophy somewhat to Emerson’s view of nature, though it is probably at odds with Emerson’s transcendentalism at a fundamental level.

Focusing on Jeffers’s 1951 response to a question from the American Humanist Association, Albert Gelpi delineates the essence of Jeffers’s philosophy in its contrast with Emerson’s philosophy. In his response to the question, Jeffers says: “‘Naturalistic Humanism’—in the modern sense—is no doubt a better philosophical attitude than many others; but the emphasis seems wrong; ‘human naturalism’ would seem to me more satisfactory, with but little accent on the ‘human’” (qtd. in Gelpi: 438). As Gelpi mentions, the phrase “naturalistic humanism” puts an emphasis on the wrong term for Jeffers, and implies “something more like Emerson’s self-reliant transcendentalism” (439). “Human *naturalism*” is more appropriate to Jeffers’s “inhumanist” philosophy, which is characterized by a shift of emphasis from human beings to non-human beings.

Jeffers’s philosophy is characterized by anti-anthropocentrism, i.e. inhumanism in Jeffers’s words. If human history is everything to Emerson, for Jeffers, it is just “a footnote to the infinitely larger and more important cyclical narrative of the history of the earth and cosmos” (Noble-Goodman 198). In his explanation of inhumanism, Jeffers states: “It [inhumanism] is based on a recognition of the astonishing beauty of things, and on a rational acceptance of the fact that mankind is neither central nor important in the universe; our vices and abilities are as insignificant as our happiness” (*Collected Poetry* 418). Jeffers here de-centers an anthropocentric view of the universe; in Jeffers’s inhumanist philosophy, humankind is merely one of the components of the organic universe (the earth or cosmos). Jeffers’s anti-anthropocentrism leads to the following provocative assertion: “Inhumanism [calls for] a shifting of emphasis and significance from man to notman; the rejection of human solipsism and recognition of the transhuman magnificence” (*Collected Poetry* 428).⁵

Jeffers's assertion, particularly his wording "transhuman," is very important in the way that suggests Jeffers's distrust of human consciousness, the distrust which may be one of the significant elements of Jeffers's inhumanist philosophy. "Where the Oriental tends to think of all seemingly material phenomena, even the vast Pacific, as insubstantial phantasms of consciousness," Gelpi observes, "Jeffers affirms the transhuman endurance—by the measure of human time—of material things" (439). I think that Jeffers's good poems revolve around his difficult attempt to go beyond human consciousness, though he never suggests optimistic results like Emerson, who asserts "all mean egotism vanishes." Rather, Jeffers, who realizes well the ineradicability of human consciousness, expresses certain kinds of reservations in his poems, the reservations which are probably caused by Jeffers's vacillation between his (Romantic) will to the real—bare material things—and his (modernist) skepticism about the will's possibility. As I will discuss in the next section, when Jeffers describes his encounter with animals in an inhumanist mode, his representation of non-human beings is inevitably to include some subtle reservations.

In this connection, the previously-mentioned Jeffers's letter to Sister Mary James Power is significant again, for it suggests how Jeffers manages to represent non-human beings by moving away from human consciousness or from anthropocentric perspective. In the letter, Jeffers mentions his version of organism and says: "The parts change and pass, or die, people and races and rocks and stars, none of them seems to me important in itself, but only the whole. This whole is in all its parts so beautiful, and is felt by me to be so intensely in earnest, that I am compelled to love it, and to think of it as divine" (*Wild God* 189). In this passage, Jeffers articulates his aesthetic belief that the "whole is in all its parts so beautiful"; at the same time, he seems to suggest the importance of a certain kind of "participant observer perspective." In other words, Jeffers, who places a special emphasis on an organic (holistic) perspective more than on a partial/subjective perspective, seems to suggest his belief that one should face the object (non-human object) through putting oneself in the border context of the organic whole, which subsumes he/her (the subject) and non-human beings (the object) or dissolves the dichotomy. In this sense, I think that Jeffers, in his poems, attempts to represent non-human beings anthropocentrically by putting himself in an organic universe. Let us next see how Jeffers carries out this difficult attempt in his poem, "Animals."

3. Jeffers's "Animals"

In "Animals," Jeffers manages to represent the poet's encounter with sea-lions from an inhumanist perspective. Putting himself in actual nature, Jeffers's poem presents the subtle process in which he approaches "non-anthropomorphized sea-lions," the sea-lions that are not tainted with human consciousness. As I have suggested in the former section, Jeffers's inhumanist approach to nature never brings about simple, optimistic settlements; rather, it foregrounds subtle, complicated problems regarding human consciousness and representations. As a typical example of Jeffers's inhumanist poems, "Animals" highlights those problems.

At dawn a knot of sea-lions lies off the shore
In the slow swell between the rock and the cliff,
Sharp flippers lifted, or great-eyed heads, as they roll in the sea,

Bigger than drafts-horses, and barking like dogs
Their all-night song. It makes me wonder a little
That life near kin to human, intelligent, hot-blooded, idle and singing, can float at ease
In the ice-cold midwinter water. Then, yellow dawn
Colors the south, I think about the rapid and furious lives in the sun:
They have little to do with ours; they have nothing to do with oxygen and salted water;
they would look monstrous
If we could see them: the beautiful passionate bodies of living flame, batlike flapping
and screaming,
Tortured with burning lust and acute awareness, that ride the storm-tides
Of the great fire-globe. They are animals, as we are. There are many other chemistries
of animal life
Besides the slow oxidation of carbohydrates and amino-acids.

(American Poetry 673)

This poem deviates somewhat from a typical lyric pattern for Jeffers: the pattern that has “a two-part structure, often signaled by a verse paragraph break, of detailed, naturalistic description and moral or philosophical observation” (Hart 19).⁶ “Animals” is not simply separated into two parts; it is divided into four parts (sentences). The poem’s four-part structure is marked by the opening words of each verse sentence: “At dawn,” “It makes me wonder,” “Then, yellow dawn,” and “They are animals.” Put simply, the poem starts with a naturalistic description in the first verse sentence, proceeds to a philosophic meditation in the second verse sentence, goes through an epiphanic moment in the third verse sentence, and finally arrives at an inhumanist insight in the last verse sentence.

In the first verse sentence, the poet describes a group of sea-lions in an objective or naturalistic way; he devotes his entire attention to depicting in detail sea-lions’ shape and movement, and the natural environment surrounding them. Here, the poet never expresses his personal impressions on sea-lions, but it does not mean that he is free from subjective perspective or from human consciousness. In this stage, the description of the sea-lions is done within a framework of Cartesian dualism: the subject (the poet) versus the objects (sea-lions).

In the second verse sentence, the poem proceeds to a philosophical meditation on an analogy between human beings and sea-lions. The poet is struck with wonder by the fact that although sea-lions have a close kinship with human beings, they can “float at ease / In the ice-cold midwinter water.” By moving away from anthropocentric standards or assumptions, the poet here can detect in sea-lions a trans-human ability and marvel at it. In this second part of the poem, the poet appears to start shifting his perspective from anthropocentric one to inhumanist one.

The third verse sentence enacts a dramatic shift and highlights an epiphanic moment, in which the poet encounters sea-lions in a different way from before. What the poet sees now is not sea-lions but “the rapid and furious lives in the sun.” I think that the poet now approaches “non-anthropomorphized sea-lions” by moving away from subjective or anthropocentric perspectives. When the poet says, “They have little to do with ours;

they have nothing to do with oxygen and salted water,” he suggests that the sea-lions are possibly seen from a non-anthropocentric perspective. In light of Jeffers’s inhumanist philosophy, the poet, putting himself in a higher dimension of the Universe, which dissolves the dichotomy between the subject and the object, attempts to approach “non-anthropomorphized sea-lions,” the sea-lions that are not subsumed into human consciousness or subjectivity. It is important to note, however, that this attempt does not warrant optimism.

Unlike Emerson, who describes his experience of transcendence (from “egotism”) in an optimistic way, Jeffers, who knows the persistency of human consciousness, represents the poet’s encounter with “non-anthropomorphized sea-lions” in a more subtle, skeptical way. When the poet meticulously says that “they would look monstrous / If we could see them,” he suggests the difficulty of representing “non-anthropomorphized sea-lions” by means of language (as a very human tool). Even if we could see “non-anthropomorphized sea-lions,” we could not articulate *them*. “Non-anthropomorphized sea-lions” are ineffable; that’s way “they . . . look monstrous.” According to *the American Heritage Dictionary* (4th ed.), something monstrous is “deviating greatly from the norm in appearance or structure.” In this light, “they” are too deviate from our cognitive system (norm) based on language to be articulated.⁷

The last verse sentence enacts a sort of synthesis, in which the poet shows an inhumanist insight about the relationship between human beings and animals. As Brasher indicates, the “closeness of relations to the animals . . . evinces in us the need for communion with them” (153). The inhumanist poet shifts his attention “from man to notman,” i.e., to “animal life”: “They are animals, as we are. There are many other chemistries of animal life / Besides the slow oxidation of carbohydrates and amino-acids.” I think that Jeffers presents “animal life” as what dissolves human-made distinctions between human beings and animals. To conclude, Jeffers, in “Animals,” presents an inhumanist conception of “animal life,” which has a potentiality of opening up a new relationship between human beings and animals.

Notes

¹ In this paper, I use the term “no-human beings” to refer to all beings except human beings. Non-human beings include nature, animals, stones and so forth.

² Alan Brasher detects “undeniable similarities between the theories of Emerson and Jeffers regarding the permanence of nature and the transience of man” (147).

³ Albert Gelpi also focuses on Jeffers’s romantic lineage. He mentions Jeffers’s relationship with Whitman, whom this paper does not deal with. After referring to Jeffers’s negative view of Whitman, Gelpi observes that “Both admires and enemies saw the relation between Jeffers and Whitman, though it was in many respects a shadow relationship” (436).

⁴ This view is maybe somewhat oversimplified. As I will mention later, Emerson’s philosophy sometimes has some room to be argued in terms of his *non-anthropocentrism*.

⁵ Christopher Beach observes: “In Jeffers’s poem, the natural world is not made to function as an analogy or symbol for human life or emotions; instead, human existence is subsumed to nature” (106).

⁶ George Hart observes that Jeffers sometimes “starts with the description and moves into the moral; sometime he presents the moral first and uses the description as an example or proof” (19).

⁷ My argument here, particularly my reference to ineffability in this paragraph, is somewhat indebted to George Hart’s article, in which Hart pays attention to a passage (“Nothing strange . . . I cannot / Tell you how strange”) in Jeffers’s “Oh Lovely Rock,” and mentions an issue of ineffable strangeness.

References

- (1) Beach, Christopher. *The Cambridge Introduction to Twentieth-Century American Poetry*. Cambridge: Cambridge UP, 2003.
- (2) Brasher, Alan. “‘Their Beauty Has More Meaning’: Transcendental Echoes in Jeffers’s Inhumanist Philosophy of Nature.” *Robinson Jeffers and a Galaxy of Writers: Essays in Honor of William H. Nolte*. Ed. William B. Thesing. Columbia: U of South Carolina P, 1995. 146-159.
- (3) Emerson, Ralph Waldo. *Emerson: Essays and Lectures*. New York: Library of America, 1983. Print.
- (4) Gelpi, Albert. *A Coherent Splendor: The American Poetic Renaissance, 1910-1950*. New York: Cambridge UP, 1987.
- (5) Hart, George. “Seeing Rock for the First Time: Varieties of Geological Experience in Jeffers, Rexroth, and Snyder.” *Jeffers Studies* 8.1 (2004): 17-29.
- (6) Jeffers, Robinson. *The Selected Letters of Robinson Jeffers*. Ed. Ann N. Ridgeway. Baltimore, MD: John Hopkins UP, 1968.
- (7) Jeffers, Robinson. *The Collected Poetry of Robinson Jeffers: Volume Four*. Ed. Tim Hunt. Stanford: Stanford UP, 2000.
- (8) Jeffers, Robinson. “Animals.” *American Poetry: The Twentieth Century, Volume 1: Henry Adams to Dorothy Parker*. Eds. Robert Hass, John Hollander, Carolyn Kizer, Nathaniel Mackey, and Marjori Perloff. New York: Library of America, 2000. 673.
- (9) Jeffers, Robinson. *The Wild God of the World*. Ed. Albert Gelpi. Stanford, CA: Stanford UP.
- (10) Noble-Goodman, Stuart. “Robinson Jeffers.” *Twentieth-Century American Nature Poets*. Eds. J. Scott Bryson and Roger Thompson. Detroit: Gale Cengage, 2008. 191-203.

(Received December 13, 2018)

$\Gamma_0^*(13)$ 上の Eisenstein 級数

南出大樹*, 越高陸**

Eisenstein Series for $\Gamma_0^*(13)$

Hiroki MINAMIDE*, Riku KOSHITAKA**

In this note, we will investigate the order of zeros of Eisenstein series for the Fricke group of level thirteen $\Gamma_0^*(13)$. Using these information, we can decide the generators of modular forms for $\Gamma_0^*(13)$. These analysis is based on the study in [重 M] and [重 D].

(Keywords: Modular Forms, Eisenstein Series, Fricke Group)

1 概要 –古典理論–

この章では, [Ser]7 章の内容を概観した後, 先行研究である [重 M] と [重 D] を紹介する。我々の研究は, これら先行研究により確立された結果が, $\Gamma_0^*(13)$ という新しい舞台でどのような振る舞いを見せるのかを確認するのが目的である。

1.1 モジュラー群

実数係数 2 次正方行列から成る非可換環 $M_2(\mathbb{R})$ の乗法部分群として以下を定義する。

$$\mathrm{SL}_2(\mathbb{R}) := \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid ad - bc = 1 \right\}$$

この時, 2 次単位行列 $I_2 \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ に関して,

$$\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R}) := \mathrm{SL}_2(\mathbb{R}) / \{\pm I_2\}$$

とすれば, 群作用

$$\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R}) \times \mathbb{C} \cup \{\infty\} \longrightarrow \mathbb{C} \cup \{\infty\}$$

を, 次の演算で定義することができる。

$$(g, z) \mapsto g \cdot z := \frac{az + b}{cz + d}, \quad g = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

また, $z \in \mathbb{C}$ に対しては, 簡単な計算により

$$\mathrm{Im}(gz) = \frac{\mathrm{Im}(z)}{|cz + d|^2}$$

であるから, この作用はコンパクト化された上半平面 $\mathbb{H} := \mathbb{H} \cup \{\infty\}$ へ制限することができる。

$\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$ を $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ の部分群で整数係数の行列から成るものとする。これは, $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ の離散部分群であることを注意しておく。以降, $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$ の $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})$ への像 $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$ をモジュラー群と呼ぶ。

1.2 モジュラー群の基本領域

$\Gamma \subset \mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})$ とする。領域 $D \subset \mathbb{H}$ が次の 2 条件を満たすとき, D は Γ の基本領域であるという。

1. $\mathbb{H}$ の任意の点は D のある点に Γ -同値。
2. D の相異なる内点は Γ -同値ではない。

ただし, D の境界上の 2 点は Γ -同値でもよい。

前節で定めた $\mathbb{H}$ への作用の中で, 特別な変換

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot z = -\frac{1}{z}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot z = z + 1,$$

を考えると, これら 2 元がモジュラー群を生成していることが解る。

定理 1.1. ([Ser]§1 Thm.1 Thm.2)

$$\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z}) = \left\langle \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\rangle$$

また, 以上から解る通り $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$ の基本領域は

$$|z| \geq 1, \quad \text{かつ} \quad |\mathrm{Re}(z)| \leq \frac{1}{2}$$

で表すことができる。□

また, 境界の貼り合わせに注目すると, これが種数 0 であり, 従って球面と同相であることが確認できる。

1.3 モジュラー形式

$\mathbb{H}$ 上全域で正則な関数 $f(z)$ を考える。任意の元 $g \in \mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$ に対して

$$f(z) = (cz + d)^{-k} f(gz) \quad g = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

を満たす整数 k が存在するとき $f(z)$ を重さ k のモジュラー形式という。 k が奇数のときモジュラー形式は 0 となるので, 以降 k は偶数とする。

モジュラー形式 $f(z)$ は領域

$$I = \left\{ z \in \mathbb{H} \mid -\frac{1}{2} \leq \operatorname{Re}(z) \leq \frac{1}{2} \right\}$$

への制限によって定まり、写像

$$\phi: I \longrightarrow \{q \mid 0 < |q| < 1\}, \quad z \longmapsto q := e^{2\pi iz}$$

は全単射である。モジュラー形式は基本領域上で定まるので、 $\tilde{f}(q) = f(z)$ と置くことで $\tilde{f}(q)$ が得られる。ここで、 $|q| < 1$ であるから、 $\tilde{f}(q)$ は Laurent 展開

$$\tilde{f}(q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n q^n$$

を持つ。全ての $n \leq 0$ で $a_n = 0$ となる時 f をカスプ形式と呼ぶ。

恒等的に 0 ではない $\bar{\mathbb{H}}$ 上の有理型関数 f に対して $v_p(f)$ で f の $p \in \bar{\mathbb{H}}$ での位数とする。

定理 1.2. ([Ser]§3 Thm.3) 重さ k のモジュラー形式 f に対して、次の等式が成り立つ。

$$v_{\infty}(f) + \frac{1}{2}v_i(f) + \frac{1}{3}v_{\rho_0}(f) + \sum v_p(f) = \frac{k}{12}$$

ここで、 $\rho_0 := e^{2\pi i/3}$ で、和は $\operatorname{PSL}_2(\mathbb{Z}) \backslash \bar{\mathbb{H}}$ から ∞, i, ρ_0 の 3 点を除いたものを渡す。□

2 より大きい偶数 k と $z \in \mathbb{H}$ に対して

$$G_k(z) := \sum_{\substack{m,n \in \mathbb{Z} \\ m,n \neq (0,0)}} \frac{1}{(mz+n)^k}$$

と定める。これを Eisenstein 級数という。

命題 1.3. ([Ser]§3 Prop.4) Eisenstein 級数 G_k は

$$G_k(\infty) = 2\zeta(k)$$

を満たす重さ k のモジュラー形式である。□

1.4 モジュラー形式の空間

偶数 k に対して M_k (resp. M_k^0) を重さ k のモジュラー形式 (resp. カスプ形式) から成る $\mathbb{C}$ -ベクトル空間とする。 M_k^0 が線型写像 $f \mapsto f(\infty)$ の核であることに注意すると、 $\dim M_k/M_k^0 \leq 1$ である。また、 $k \geq 4$ に対して Eisenstein 級数 G_k は $G_k(\infty) \neq 0$ を満たす M_k の元であるから、

$$M_k = M_k^0 \oplus \mathbb{C}G_k \quad (k \geq 4)$$

が成り立つ。モジュラー判別形式を次で定義する。

$$\Delta := g_4^3 - 27g_6^2 \in M_{12}^0, \quad g_4 := 60G_4, \quad g_6 := 140G_6$$

このモジュラー判別式を用いると、モジュラー形式の空間を決定することができる。

定理 1.4. ([Ser]§3 Thm.4)

1. $k < 0$ または $k = 2$ のとき、 $M_k = 0$ である。
2. $k = 0, 4, 6, 8, 10$ に対して、 $\dim M_k = 1$ であり、その生成元は $1, G_4, G_6, G_8, G_{10}$ である。特に、このとき $M_k^0 = 0$ である。
3. $\times \Delta$ は M_{k-12} から M_k^0 への同型を与える。

以上から、 M_k の基底が次のように定まる。

$$\{G_4^\alpha G_6^\beta \mid \alpha, \beta \in \mathbb{Z}_{\geq 0}, 4\alpha + 6\beta = k\}$$

□

1.5 先行研究

[重 M], [重 D] では、古典理論で構築されたモジュラー形式の空間を一般化し、Fricke 群や Atkin-Lehner 群といった群上の保型形式が計算されている。特に、レベル $N = 12$ 以下の群に関して、保型形式の空間の生成元が完全に決定されている。我々は、 $N = 13$ の Fricke 群に関して、[Kri] により導入された Eisenstein 級数の零点の位数を決定する。その後、保型形式の空間に関して、その基底を求める。

2 Fricke 群上の保型形式

2.1 Fricke 群

自然数 N に関する $\operatorname{PSL}_2(\mathbb{Z})$ の合同部分群を

$$\Gamma_0(N) := \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \operatorname{PSL}_2(\mathbb{Z}) \mid c \in N\mathbb{Z} \right\}$$

で定義する。 $\Gamma_0(13)$ は次のように生成されることがよく知られている。

$$\Gamma_0(13) = \left\langle \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 13 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 13 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 13 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 13 & -5 \end{bmatrix} \right\rangle$$

また、素数 p に関する Fricke 群 $\Gamma_0^*(p)$ を

$$\Gamma_0^*(p) := \Gamma_0(p) \cup \Gamma_0(p) W_p, \quad W_p := \frac{1}{\sqrt{p}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ p & 0 \end{bmatrix}$$

とする。このとき、 $\operatorname{PSL}_2(\mathbb{R})$ の $\bar{\mathbb{H}}$ への作用から

$$\Gamma_0^*(13) \times \bar{\mathbb{H}} \longrightarrow \bar{\mathbb{H}}$$

が誘導されることに注意しておく。

2.2 Fricke 群の基本領域

$\Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H}$ の尖点である無限遠点 ∞ の固定群

$$I(\infty) = \left\langle \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\rangle$$

と $\Gamma_0^*(13)$ の生成元を [清水] 命題 1.15 に適応すると, $\Gamma_0^*(13)$ の基本領域を求めることができる。

命題 2.1. $\Gamma_0^*(13)$ の基本領域は次の式で表される。

$$\begin{aligned} |\operatorname{Re}(z)| &\leq \frac{1}{2}, & |z| &\geq \frac{1}{\sqrt{13}}, \\ \left| z \pm \frac{1}{2} \right| &\geq \frac{1}{2\sqrt{13}}, & \left| z \pm \frac{1}{3} \right| &\geq \frac{1}{3\sqrt{13}} \end{aligned}$$

□

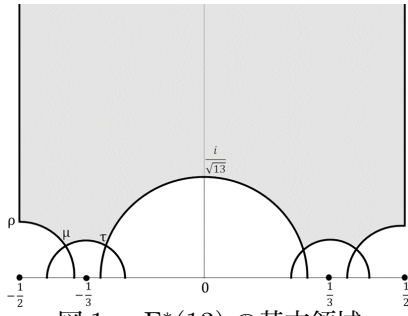


図1 $\Gamma_0^*(13)$ の基本領域

ここで, 図内の点は以下の通りである。

$$\rho := -\frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{13}}, \quad \mu := -\frac{5}{13} + \frac{i}{13}, \quad \tau := -\frac{7}{26} + \frac{\sqrt{3}i}{26}$$

また, 円周の交点における角は

$$\angle \rho = \frac{\pi}{2}, \quad \angle \mu = \frac{\pi}{2}, \quad \angle \tau = \frac{\pi}{3}$$

であることも簡単に確認できる。そして, 境界の貼り合わせが

$$\begin{aligned} W_{13} : \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{13}} &\mapsto \frac{e^{-i\theta}}{\sqrt{13}} \\ \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ -13 & 2 \end{bmatrix} W_{13} : -\frac{1}{2} + \frac{e^{i\theta}}{2\sqrt{13}} &\mapsto \frac{1}{2} - \frac{e^{-i\theta}}{2\sqrt{13}} \\ \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -13 & 3 \end{bmatrix} W_{13} : -\frac{1}{3} + \frac{e^{i\theta}}{3\sqrt{13}} &\mapsto \frac{1}{3} - \frac{e^{-i\theta}}{3\sqrt{13}} \end{aligned}$$

で与えられるので, $\Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H}$ は種数 0 の閉曲面, つまり球面と同相である。

2.3 保型形式の零点

$\Gamma_0^*(p)$ の任意の元 g に対して

$$f(z) = (cz + d)^{-k} f(gz) \quad g = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

を満たす整数 k が存在する $\mathbb{H}$ 上全域で正則な関数 $f(z)$ を, $\Gamma_0^*(p)$ 上の重さ k である保型形式という。

命題 2.2. $\Gamma_0^*(13)$ 上の重さ k である保型形式に対して, 次の等式が成り立つ。

$$v_\infty + \frac{1}{2}v_{\frac{i}{\sqrt{13}}} + \frac{1}{2}v_\rho + \frac{1}{2}v_\mu + \frac{1}{3}v_\tau + \sum v_p = \frac{7}{12}k$$

ここで, 和は $\Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H}$ から $\infty, \rho, \mu, \tau, \frac{i}{\sqrt{13}}$ を除いたものを渡る。

証明. 結果は [重 D] に触れられているが, 証明が省かれているので, ここで示しておく。

$q := \frac{1}{\sqrt{13}}e^{2\pi iz}$ に関する Laurent 展開 $\tilde{f}(q)$ を考える。 $\tilde{f}(q)$ の収束半径 R に対して, $0 < r < R$ を適当にとれば, $\tilde{f}(q)$ が $\omega_r := \{q \in \mathbb{C}^\times \mid |q| \leq r\}$ の内部で零も極も持たないようにできる。即ち

$$\operatorname{Im}(z) > \frac{1}{2\pi} \log \frac{r^{-1}}{\sqrt{13}}$$

で $f(z)$ は零も極も持たない。従って, $\rho, \mu, \tau, \frac{i}{\sqrt{13}}$ 以外の全ての特異点を 1 回ずつ経路内に含むように積分経路を調整できる。また, 経路上の特異点に関しても, [Ser] に従って経路を変形すれば良い。このとき, $f(z)$ の有理性と領域

$$\left\{ z \in \Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H} \mid \operatorname{Im}(z) \leq \frac{1}{2\pi} \log \frac{r^{-1}}{\sqrt{13}} \right\}$$

のコンパクト性から, 領域内の零点と極が有限個であり, 定理の和に意味があることを注意しておく。

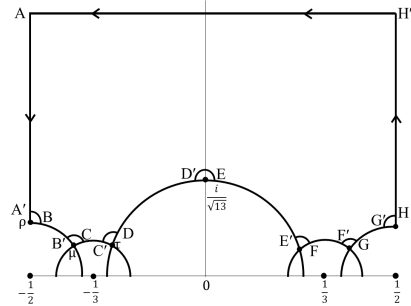


図2 積分経路

以上のような経路のとり方から, 留数定理より次の等式が成り立つ。

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{\text{all}} \frac{df}{f} = \sum v_p,$$

また, z から q への変数変換により, 線分 $H'A$ は ω_r を負の方向へ一周する経路へ移されるので,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{H'}^A \frac{f'(z)}{f(z)} dz &= \frac{1}{2\pi i} \int_{-\omega_r} \frac{\tilde{f}'(q)}{\tilde{f}(q)} dq \\ &= v_0(\tilde{f}(q)) \\ &= -v_\infty(f(z)) \end{aligned}$$

である。次に、円弧 AB' を含む円周に沿って負の方向へ経路をとることを考える。半径を 0 へ向け極限をとると、 $\angle \rho = \frac{\pi}{2}$ であることから

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{A'}^B \frac{f'(z)}{f(z)} dz &= \frac{1}{2\pi i} \int_{A'}^B \frac{v_\rho}{z - \rho} + \frac{g'(z)}{g(z)} dz \\ &\rightarrow -\frac{1}{4} v_\rho \end{aligned}$$

へ収束する。同様に円弧 $G'H$ について考えると

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{G'}^H \frac{f'(z)}{f(z)} dz \rightarrow -\frac{1}{4} v_{-\bar{\rho}} = -\frac{1}{4} v_\rho$$

であるので

$$\frac{1}{2\pi i} \left(\int_{A'}^B + \int_{G'}^H \right) \frac{f'(z)}{f(z)} dz \rightarrow -\frac{1}{2} v_\rho$$

を得る。同様の議論を、円弧 $B'C$ と円弧 $F'G$ へ適用すると、

$$\frac{1}{2\pi i} \left(\int_{B'}^C + \int_{F'}^G \right) \frac{f'(z)}{f(z)} dz \rightarrow -\frac{1}{2} v_\mu$$

が得られ、円弧 $C'D$ と円弧 $E'F$ へ適用すると、

$$\frac{1}{2\pi i} \left(\int_{C'}^D + \int_{E'}^F \right) \frac{f'(z)}{f(z)} dz \rightarrow -\frac{1}{3} v_\tau$$

が得られる。

次に、円弧 BB' を経路に積分を考える。

$$w := \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 13 & 2 \end{bmatrix} W_{13} \cdot z$$

とおくと、この変換により円弧 BB' と円弧 $G'G$ が移り合い、 f の保型性から

$$f(z) = (2\sqrt{13}z + \sqrt{13})^{-k} f(w)$$

でもあるので、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_B^{B'} \frac{f'(z)}{f(z)} dz &= \frac{1}{2\pi i} \int_B^{B'} F(z) dz \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_B^{B'} \frac{-2k}{2z+1} dz + \frac{1}{2\pi i} \int_{G'}^G \frac{f'(z)}{f(z)} dz \\ &= \frac{k}{2\pi} \arctan \frac{3}{2} - \frac{1}{2\pi i} \int_G^{G'} \frac{f'(z)}{f(z)} dz \end{aligned}$$

となる。ここで、 $F(z)$ は次の関数を表す。

$$\frac{-2k(2\sqrt{13}z + \sqrt{13})^{-k-1} \cdot 2\sqrt{13}f(w) + (2\sqrt{13}z + \sqrt{13})^{-k} \frac{d}{dz} f(w)}{(2\sqrt{13}z + \sqrt{13})^{-k} f(w)}$$

従って、

$$\frac{1}{2\pi i} \left(\int_B^{B'} + \int_G^{G'} \right) \frac{f'(z)}{f(z)} dz = \frac{k}{2\pi} \arctan \frac{3}{2}$$

を得る。さらに、同様の議論を円弧 CC' と円弧 $F'F$ の関係へ適用することで

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \left(\int_C^{C'} + \int_F^{F'} \right) \frac{f'(z)}{f(z)} dz \\ = -\frac{k}{2\pi} \left(-\pi + \arctan \frac{3}{2} + \arctan \frac{3\sqrt{3}}{5} \right) \end{aligned}$$

を得て、円弧 DD' と円弧 $E'E$ の関係へ適用することで

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \left(\int_D^{D'} + \int_E^{E'} \right) \frac{f'(z)}{f(z)} dz \\ = -\frac{k}{2\pi} \left(-\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{\sqrt{3}}{7} \right) \end{aligned}$$

を得る。最後に、円弧 $D'E$ に沿う積分において半径を 0 へ近づけることで、

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{D'}^E \frac{f'(z)}{f(z)} dz \rightarrow -\frac{1}{2} v_{\frac{i}{\sqrt{13}}}$$

が得られる。従って、以上から次の等式が従う。

$$\begin{aligned} -v_\infty - \frac{1}{2} v_\rho - \frac{1}{2} v_\mu + \frac{k}{2} - \frac{1}{3} v_\tau + \frac{k}{4} - \frac{1}{2} v_{i/\sqrt{13}} \\ - \frac{k}{2\pi} \arctan \frac{3\sqrt{3}}{5} - \frac{k}{2\pi} \arctan \frac{\sqrt{3}}{7} = \sum v_p \end{aligned}$$

これを整理することで、題意が示された。 $\square$

2.4 $\Gamma_0^*(13)$ 上の Eisenstein 級数

正規化された重さ $k > 2$ の Eisenstein 級数

$$E_k(z) := \frac{G_k(z)}{2\zeta(k)} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{m,n \in \mathbb{Z} \\ (m,n)=1}} \frac{1}{(mz+n)^k}$$

を用いて、 $\Gamma_0^*(p)$ 上の Eisenstein 級数 $E_{k,p}^*(z)$ を

$$E_{k,p}^*(z) := \frac{1}{p^{k/2} + 1} \left(p^{k/2} E_k(pz) + E_k(z) \right)$$

と定義する。[Kri] より、 $E_{k,p}^*(z) \in M_k(\Gamma_0^*(p))$ であることが示されている。また、定義から明らかに $E_{k,p}^*(\infty) = 1$ であるから、

$$v_\infty(E_{k,p}^*) = 0$$

である。以下, 個別の重さ k について, $E_{k,13}^*$ の零点を考察する。

1. 重さ $k = 4$ のとき

まずは, $E_{4,k}^*$ の零点を扱う。定理 1.2 から重さ 4 の Eisenstein 級数の零点の位数は次のように計算できる。(≡ は $\text{PSL}_2(\mathbb{Z})$ -同値を意味する。)

$$v_p(E_4) = \begin{cases} 1 & p \equiv \rho_0 \\ 0 & p \not\equiv \rho_0 \end{cases}, \quad \rho_0 := -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

従って, $\mathbb{H}$ 上の任意の点 p に対して,

$$v_p(E_{4,13}^*) \leq 1$$

である。 q -展開を考えれば, $k \equiv 0 \pmod{4}$ に対して,

$$E_{k,13}^* \left(\frac{i}{\sqrt{13}} \right) \neq 0$$

である。また,

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot (-\bar{\rho}_0) = \rho$$

であることに注意すると,

$$E_4(\rho) = 0$$

を得る。さらに,

$$13\rho = -\frac{13}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}i$$

に関して, 基本領域の境界を考慮することで

$$E_4(13\rho) \neq 0$$

であり, 従って

$$E_{4,13}^*(\rho) = \frac{1}{13^2 + 1} (13^2 E_k(13\rho) + E_k(\rho)) \neq 0$$

である。以上から, 命題 2.2 より

$$v_{\frac{i}{\sqrt{13}}} = v_\rho = v_\mu = 0, \quad v_\tau = 1, \quad \sum v_p = 2$$

2. $k = 6$ のとき

次に $E_{6,13}^*$ について考える。定理 1.2 から

$$v_p(E_6) = \begin{cases} 1 & p \equiv i \\ 0 & p \not\equiv i \end{cases}$$

であるので, $\mathbb{H}$ 上の任意の点 p に対して,

$$v_p(E_{6,13}^*) \leq 1$$

である。まずは, $v_\tau = 1$ とすると命題 2.2 の等式に反するため $v_\tau = 0$ でなくてはならない。また,

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot i = \mu$$

であるから,

$$E_{6,13}^*(\mu) = \frac{1}{13^3 + 1} (13^3 E_6(i) + E_6(\mu)) = 0$$

が従う。同様に,

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot (\sqrt{13}i) = \frac{i}{\sqrt{13}}$$

であることに注意すると,

$$E_6(\sqrt{13}i) = (\sqrt{13}i)^{-6} E_6\left(\frac{i}{\sqrt{13}}\right)$$

と計算されるため,

$$\begin{aligned} E_{6,13}^* \left(\frac{i}{\sqrt{13}} \right) &= \frac{1}{13^3 + 1} \left(13^3 E_6(\sqrt{13}i) + E_6\left(\frac{i}{\sqrt{13}}\right) \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

を得る。よって, 命題 2.2 から

$$v_\tau = 0, \quad v_\rho = v_\mu = v_{\frac{i}{\sqrt{13}}} = 1, \quad \sum^* v_p = 2$$

3. 重さ $k = 8$ のとき

次に $E_{8,13}^*$ について考える。定理 1.2 から

$$v_p(E_8(z)) = \begin{cases} 2 & p \equiv \rho_0 \\ 0 & p \not\equiv \rho_0 \end{cases}$$

であるから, 任意の点 $p \in \mathbb{H}$ に対して, $v_p(E_{8,13}^*)$ は 0 であるか 2 である。さらに $8 \equiv 0 \pmod{4}$ であるから

$$E_{8,13}^* \left(\frac{i}{\sqrt{13}} \right) \neq 0$$

である。また $k = 4$ のときと同様の理由で

$$E_{8,13}^*(\mu) \neq 0$$

であるから, 命題 2.2 より

$$v_\rho = v_\mu = v_{\frac{i}{\sqrt{13}}} = 0, \quad v_\tau = 2, \quad \sum v_p = 4$$

4. 重さ $k = 10$ のとき

次に $E_{10,13}^*$ について考える。

$$v_p(E_{10}) = \begin{cases} 1 & p \equiv \rho_0 \\ 1 & p \equiv i \\ 0 & p \not\equiv \rho_0, i \end{cases}$$

であるから、任意の $p \in \mathbb{H}$ に対して、

$$v_p(E_{10,13}^*) \leq 1$$

である。

$$W_{13} \cdot \left(\frac{i}{\sqrt{13}} \right) = \frac{i}{\sqrt{13}}$$

であり、 $E_{10,13}^*(z) \in M_{10}(\Gamma_0^*(13))$ は重さ k の保型形式であるから

$$\begin{aligned} E_{10,13}^* \left(\frac{i}{\sqrt{13}} \right) &= E_{10,13}^* \left(W_{13} \cdot \frac{i}{\sqrt{13}} \right) \\ &= i^{10} E_{10,13}^* \left(\frac{i}{\sqrt{13}} \right) \end{aligned}$$

が従う。また、同様に、

$$\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 13 & 5 \end{bmatrix} \cdot \mu = \mu, \quad 13\mu + 5 = i$$

の計算から、

$$E_{10,13}^*(\mu) = -E_{10,13}^*(\mu)$$

が従う。以上から

$$E_{10,13}^*(\mu) = E_{10,13}^* \left(\frac{i}{\sqrt{13}} \right) = 0$$

を得るので、命題 2.2 から

$$v_\tau = v_\rho = v_\mu = v_{\frac{i}{\sqrt{13}}} = 1, \quad \sum v_p = 4$$

5. 重さ $k = 2$ のとき

最後に、 $E_{2,13}^*$ について考える。注意として、

$$\begin{aligned} E_2(z) &:= \frac{3}{\pi^2} \sum_n \sum_m \frac{1}{(nz + m)^2} \\ &= 1 - 24 \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_1(n) q^n \end{aligned}$$

は $\text{PSL}_2(\mathbb{Z})$ 上保型形式ではない。実際、次のように保形性にずれが生じてしまう。

$$E_2 \left(-\frac{1}{z} \right) = z^2 E_2(z) + \frac{6z}{\pi i}$$

しかし $E_2(z)$ を用いて $\Gamma_0(13)$ 上の保型形式を作ることができる。

$$E_2'(z) := \frac{1}{12} (13E_2(13z) - E_2(z))$$

とすれば、次の性質

$$E_2'(z) \in M_2(\Gamma_0(13)), \quad \text{かつ} \quad E_2'(\infty) = 1$$

を持つことが確かめられる。さらに

$$\begin{aligned} E_2'(W_{13} \cdot z) &= \frac{1}{12} \left(13E_2 \left(-\frac{1}{z} \right) - E_2 \left(-\frac{1}{13z} \right) \right) \\ &= \frac{1}{12} \left(13z^2 E_2(z) + 13 \frac{6z}{\pi i} - 13^2 z^2 E_2(13z) - 13 \frac{6z}{\pi i} \right) \\ &= -(\sqrt{13}z)^2 E_2'(z) \end{aligned}$$

であるから、 $(E_2'(z))^2 \in M_4(\Gamma_0^*(13))$ となる。

以下、これらの零点の位置について調べる。

先ほど見たように、 $E_2' \in M_k(\Gamma_0(13))$ は重さ 2 の保型形式であり、

$$\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 13 & 4 \end{bmatrix} \cdot \tau = \tau \quad 13\tau + 4 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

であるから、

$$E_2'(\tau) = e^{\frac{2\pi i}{3}} E_2'(\tau)$$

が従う。また、同様に

$$\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 13 & 5 \end{bmatrix} \cdot \mu = \mu, \quad 15\mu + 5 = i$$

であるから、

$$E_2'(\mu) = i^2 E_2'(\mu)$$

である。以上から、

$$E_2'(\tau) = E_2'(\mu) = 0$$

を得る。また、

$$v_\tau((E_2'(z))^2) \geq 2, \quad v_\mu((E_2'(z))^2) \geq 2$$

であり、これらの値は偶数である。

命題 2.2 より $(E_2'(z))^2 \in M_4(\Gamma_0^*(13))$ は

$$v_\tau = 4, \quad v_\mu = 2$$

を満たし、従って $E_2'(z) \in M_2(\Gamma_0(13))$ は

$$v_\tau = 2, \quad v_\mu = 1$$

を満たす。

2.5 保型形式の空間

$M_k^0(\Gamma_0^*(13))$ は, 線型写像 $f(z) \mapsto f(\infty)$ の核であるから,

$$\dim M_k(\Gamma_0^*(13))/M_k^0(\Gamma_0^*(13)) \leq 1$$

である。加えて, $k \geq 4$ のときには, $E_{k,13}^*(z)$ がカスプ形式ではないことから, 以下の表示を得る。

$$M_k(\Gamma_0^*(13)) = M_k^0(\Gamma_0^*(13)) \oplus \mathbb{C}E_{k,13}^*(z)$$

$M_k^0(\Gamma_0^*(13))$ の次元を計算するためには, $\Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H}$ の不変測度が有限であるという事実と, 固定点に対する固定群の位数が必要である。

$$[\Gamma_0^*(13) : \Gamma_0(13)] = 2,$$

$$[\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z}) : \Gamma_0(13)] = 13^2 \left(1 - \frac{1}{13}\right)$$

であるから, [清水] 補題 1.6 より

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H}} dz &= \frac{1}{2} \int_{\Gamma_0(13) \backslash \mathbb{H}} dz \\ &= \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 12 \int_{\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z}) \backslash \mathbb{H}} dz \\ &= 6 \cdot 13 \iint_{\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z}) \backslash \mathbb{H}} \frac{1}{y^2} dx dy \\ &= 26\pi \end{aligned}$$

であるから, $\Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H}$ の不変測度は有限である。

また, $\Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H}$ 上の固定点に関する固定群はそれぞれ

$$I(\rho) = \left\langle \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -13 & 2 \end{bmatrix} W_{13} \right\rangle, \quad \#I(\rho) = 2$$

$$I(\mu) = \left\langle \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 13 & 5 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad \#I(\mu) = 2$$

$$I(\tau) = \left\langle \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 13 & 4 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad \#I(\tau) = 3$$

$$I\left(\frac{i}{\sqrt{13}}\right) = \langle W_{13} \rangle, \quad \#I\left(\frac{i}{\sqrt{13}}\right) = 2$$

であるから, [清水] 定理 4.7 より $M_k^0(\Gamma_0^*(13))$ の次元が計算できる。

定理 2.3.

$$\dim M_k^0(\Gamma_0^*(13)) = \begin{cases} -\frac{k}{2} + 3 \left\lfloor \frac{k}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{k}{3} \right\rfloor & k \geq 4 \\ 0 & k \leq 2 \end{cases}$$

□

本定理を元に, $M_k(\Gamma_0^*(13))$ の基底を求める。

1. 重さ $k < 0$ のとき

命題 2.2 において, 左辺は常に正であるから, $M_k(\Gamma_0^*(13)) = 0$ である。

2. 重さ $k = 0$ のとき

命題 2.2, および保型形式の定義から, $M_0(\Gamma_0^*(13)) = \mathbb{C}$ である。

3. 重さ $k = 2$ のとき

[清水] 定理 4.6 から, $\dim M_2(\Gamma_0(13)) = 1$ であるから, 先の議論と合わせて

$$M_2(\Gamma_0^*(13)) \subsetneq M_2(\Gamma_0(13)) = \mathbb{C}E_2'$$

を得る。従って, $M_2(\Gamma_0^*(13)) = 0$ である。

4. 重さ $k = 4$ のとき

多項式的には, $E_2'^2 - E_4^*$ が構成できる。ここで, $\dim M_4^0(\Gamma_0^*(13)) = 2$ であるから, 基底としては一つ足りない。後に, 多項式的ではない構成方法を明示する。

5. 重さ $k = 6$ のとき

多項式的には構成できない。

6. 重さ $k = 8$ のとき

多項式的に構成されたものが, 基底となる。

定理 2.4.

$$\begin{aligned} M_8^0(\Gamma_0^*(13)) &= \mathbb{C}E_4^*(E_2'^2 - E_4^*) \oplus \mathbb{C}E_2'^2(E_2'^2 - E_4^*) \\ &\quad \oplus \mathbb{C}(E_8^* - E_4^{*2}) \oplus \mathbb{C}(E_8^* - E_2^{*4}) \end{aligned}$$

証明. 定理 2.3 から, $\dim(M_8^0(\Gamma_0^*(13))) = 4$ であるので, $\mathbb{C}$ 上独立した 4 つの関数を見つければ, それらが基底となる。基底となるであろう 4 つの関数の q -展開はそれぞれ以下の通りである。

$$(E_2'^2 - E_4^*)E_4^*$$

$$\frac{44}{17}q + \frac{2008}{289}q^2 + \frac{10984}{289}q^3 + \frac{39816}{289}q^4 + o(q^5)$$

$$(E_2'^2 - E_4^*)E_2'^2$$

$$\frac{20}{17}q - \frac{188}{17}q^2 - \frac{1232}{17}q^3 - 300q^4 + o(q^5)$$

$$E_8^* - E_4^{*2}$$

$$-\frac{681408}{242777}q - \frac{104158080}{4127209}q^2 - \frac{322598016}{4127209}q^3 - \frac{832291200}{4127209}q^4 + o(q^5)$$

$$E_8^* - E_2^{*4}$$

$$-\frac{114008}{14281}q - \frac{654528}{14281}q^2 - \frac{2445328}{14281}q^3 - \frac{7004688}{14281}q^4 + o(q^5)$$

これらの関数が $\mathbb{C}$ -ベクトル空間 $M_k^0(\Gamma_0^*(13))$ において基底であることを示すためには、単射線型写像

$$\alpha : M_k \hookrightarrow \mathbb{Q}^\infty \subset \mathbb{C}^\infty$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n q^n \mapsto (a_1, a_2, \dots, a_k, \dots)$$

による像

$$\begin{array}{cc} \alpha((E_2'^2 - E_4^*)E_4^*) & \alpha((E_2'^2 - E_4^*)E_2'^2) \\ \alpha(E_8^* - E_4^{*2}) & \alpha(E_8^* - E_2'^4) \end{array}$$

が $\mathbb{C}$ -ベクトル空間 $\mathbb{C}^\infty$ において 4 次元空間を張ることを示せば十分である。そのために、4 次までの項に関して、その行列が非退化であることを示す。

$$\begin{vmatrix} 44 & 2008 & 10984 & 39816 \\ 17 & 289 & 289 & 289 \\ 20 & 188 & 1232 & -300 \\ 17 & 17 & 17 & -300 \\ 681408 & 104158080 & 322598016 & 832291200 \\ 242777 & 4127209 & 4127209 & 4127209 \\ 114008 & 654528 & 2445328 & 7004688 \\ 14281 & 14281 & 14281 & 14281 \end{vmatrix}$$

$$= -\frac{75094519578624}{1192763401} \neq 0$$

であるから独立性が示された。 $\square$

7. 重さ $k = 10$ のとき

以下のカスプ形式が多項式的に構成できる。

$$E_{10}^* - E_2'^2 E_6^* \quad E_{10}^* - E_4^* E_6^*$$

$k = 8$ のときと同様に、これらが独立であることが示される。

$$\begin{vmatrix} 9993068 & 20881352 \\ 2649689 & 2649689 \\ 53295840 & 13725504 \\ 45044713 & 2649689 \end{vmatrix} = \frac{10316906496}{1010288563}$$

8. 重さ $k = 12$ のとき

多項式的に構成されたものが、基底となる。

定理 2.5.

$$\begin{aligned} M_{12}^0(\Gamma_0^*(13)) = & \mathbb{C}(E_{12}^* - E_6^{*2}) \oplus \mathbb{C}(E_{12}^* - E_2'^2 E_4^{*2}) \\ & \oplus \mathbb{C}(E_{12}^* - E_2'^6) \oplus \mathbb{C}(E_{12}^* - E_2'^4 E_4^*) \\ & \oplus \mathbb{C}(E_{12}^* - E_4^{*3}) \oplus \mathbb{C}(E_{12}^* - E_4^* E_8^*) \\ & \oplus \mathbb{C}(E_{12}^* - E_2'^2 E_8^*) \end{aligned}$$

証明. 重さ $k = 8$ のときと同様。 $\square$

9. 重さ $k = 14$ のとき

多項式的には、次のものが構成される。

$$\begin{array}{cc} E_{14}^* - E_2'^2 E_4^* E_6^*, & E_2'^2 E_6^* (E_4^* - E_2'^2) \\ E_4^* E_6^* (E_2'^2 - E_4^*), & E_2'^2 (E_4^* E_6^* - E_{10}^*) \\ E_4^* (E_2'^2 E_6^* - E_{10}^*), & E_6^* (E_2'^2 E_4^* - E_8^*) \end{array}$$

しかし、これらは独立ではない。実際、次の関係式を満たす。

$$E_{14}^* = -\frac{2268650}{4482037} E_4^{*2} E_6^* + \frac{4508570}{4482087} E_4^* E_{10}^* + \frac{2242117}{4482037} E_6^* E_8^*$$

このことは、両辺の展開式が q^7 まで一致している事実と命題 2.2 から従う。

残りが独立であることは、同様に示される。

10. 重さ $k \geq 16$ のとき

$\Gamma_{13}^*(13)$ に関して、判別形式を次で定義する。

$$\Delta_{13}^* := \{\eta(13z)\eta(z)\}^{12}, \quad \eta(z) := e^{\frac{\pi iz}{12}} \prod_{m=1}^{\infty} (1 - e^{2\pi izm})$$

命題 2.6. 無限遠点ではない任意の点 p に対して、

$$\Delta_{13}^* \in M_{12}^0(\Gamma_0^*(13)), \quad v_\infty(\Delta_{13}^*) = 7, \quad v_p(\Delta_{13}^*) = 0$$

証明. $\eta(z)$ の q -展開を考えれば、 Δ_{13}^* が $\Gamma_0^*(13) \backslash \mathbb{H}$ 上で極も零点も持たないことは明らかである。また、保型性に関しては、 $\Gamma_0^*(13)$ の生成元に対して直接計算により簡単に確かめられる。最後に、命題 2.2 より、 $v_\infty(\Delta_{13}^*) = 7$ であることが従う。 $\square$

この判別形式 Δ_{13}^* を用いることで、重さ $k \geq 16$ の保型形式の空間を決定することができる。

定理 2.7. $k \geq 16$ に対して、以下が成り立つ。

$$M_k^0 = M_{k-12} \cdot M_{12}^0$$

証明. まず、保型型式の一般的な性質から、 $M_k^0 \supset M_{k-12} \cdot M_{12}^0$ であることは明らかである。以下、 $M_k^0 \subset M_{k-12} \cdot M_{12}^0$ を示すため、偶数 $k \geq 16$ に関して、次の元を考える。

$$f = \sum_{i=1}^{\infty} a_i q^i \in M_k^0$$

$v_\infty(f) \geq 7$ のとき

命題 2.6 から $f/\Delta_{13}^* \in M_{k-12}$ であるので、

$$f \in \Delta_{13}^* \cdot M_{k-12} \subset M_{12}^0 \cdot M_{k-12}$$

$1 \leq v_\infty(f) < 7$ のとき

次に示す補題 2.8 より、

$$A_i E_{k-12}^* u_i = a_i q^i + \dots \in M_k^0$$

となる定数 $A_i \in \mathbb{C}$ と, $v_\infty(u_i) = i$ であるカスプ形式 u_i が存在する。

$$f - E_{k-12}^* \sum_{i=1}^6 A_i u_i = b_7 q^7 + \cdots \in M_k^0$$

先ほどと同様, 命題 2.6 から

$$\frac{f - E_{k-12}^* \sum_{i=1}^6 A_i u_i}{\Delta_{13}^*} \in M_{k-12}$$

であるので, 以下を得る。

$$f \in \Delta_{13}^* \cdot M_{k-12} \oplus E_{k-12}^* \left(\bigoplus_{i=1}^6 u_i \right) \subset M_{k-12} \cdot M_{12}^0$$

□

補題 2.8. 6 以下の自然数 i に対して, $v_\infty(u_i) = i$ である $u_i \in M_{12}^0(\Gamma_{13}^*(13))$ が存在する。

証明. まずは, M_{12}^0 の元を用いて, 以下を定義する。

$$\begin{aligned} g_1 &:= E_6^{*2} - E_2'^2 E_4^{*2}, & g_2 &:= E_6^{*2} - E_2'^6 \\ g_3 &:= E_6^{*2} - E_4^{*3}, & g_4 &:= E_6^{*2} - E_4^* E_2'^4 \\ g_5 &:= E_6^{*2} - E_4^* E_8^*, & g_6 &:= E_6^{*2} - E_8^* E_2'^2 \end{aligned}$$

これら g_i は $v_\infty(g_i) = 1$ を満たす。以下, 具体的に構成していく。

$$\begin{aligned} h_1 &:= g_1 - \frac{4859}{8313} g_2, & h_2 &:= g_1 - \frac{4859}{3132} g_3 \\ h_3 &:= g_1 - \frac{4859}{6586} g_4, & h_4 &:= g_1 - \frac{69391379}{17982828} g_5 \\ h_5 &:= g_1 - \frac{69391379}{42646115} g_6, & h_i &\in M_{12}^0, v_\infty(h_i) = 2 \end{aligned}$$

これで, $i = 2$ は完了した。

$$\begin{aligned} k_1 &:= h_1 + \frac{1512727}{6867353} h_2, & k_2 &:= h_1 - \frac{343545518}{391768381} h_3 \\ k_3 &:= h_1 + \frac{26056618249}{246472662675} h_4, & k_4 &:= h_1 - \frac{26171168197}{83972511792} h_5 \\ & & k_i &\in M_{12}^0, v_\infty(k_i) = 3 \end{aligned}$$

同様に, 構成を続ける。

$$\begin{aligned} \ell_1 &:= k_1 - \frac{5255981423905}{49054879994176} k_2 \\ \ell_2 &:= k_1 - \frac{2424904406586475}{54770440080898459} k_3 \\ \ell_3 &:= k_1 - \frac{509219554085}{10773638374124} k_4 \\ & \ell_i \in M_{12}^0, v_\infty(\ell_i) = 4 \end{aligned}$$

これにより, $i = 4$ で完了した。続いて,

$$\begin{aligned} m_1 &:= \ell_1 - \frac{73465819384096975}{74329084487431592} \ell_2 \\ m_2 &:= \ell_1 - \frac{1445111943110}{1432504079909} \ell_3 \\ & m_i \in M_{12}^0, v_\infty(m_i) = 5 \end{aligned}$$

とすれば, $i = 5$ の場合に完了し, 最後に

$$m_1 + \frac{2059522864535171}{935896814398269} m_2 \in M_{12}^0, v_\infty = 6$$

とすればよい。以上より, 補題が示された。 □

以上の議論を応用すれば, 全ての基底を求めることが可能である。例として, $M_4^0(\Gamma_0^*(13))$ の基底を実際に求めてみる。

まずは, $M_{16}^0(\Gamma_0^*(13))$ の元を用いて, 以下の関数を定義し, 議論を進める。その際, 先ほどの補題と同一の記号を用いるが, 違う関数を扱っていることに注意しておく。

$$\begin{aligned} g_1 &:= E_4^{*2} (E_4^{*2} - E_2'^2), & g_2 &:= E_4^{*4} - E_2'^8 \\ g_3 &:= E_4^{*4} (E_4^{*3} - E_6^{*2}), & g_4 &:= E_4^{*4} - E_6^{*2} E_2'^2 \\ g_5 &:= E_{E_4}^* (E_4^{*3} - E_{12}^*), & g_6 &:= E_4^* (E_3^{*4} - E_2'^6) \\ g_7 &:= E_4^{*2} (E_4^{*2} - E_8^*), & g_8 &:= E_4^* (E_4^{*3} - E_2'^2 E_8^*) \\ g_9 &:= E_4^{*3} (E_4^* - E_2'^2), & g_i &\in M_{16}^0, v_\infty(g_i) = 1 \end{aligned}$$

先の補題 2.8 で示したように, 無限遠点における零点の位数が大きい関数を作っていく。

$$\begin{aligned} h_1 &:= g_1 - \frac{88}{176} g_2, & h_2 &:= g_1 + \frac{1727}{1566} g_3 \\ h_3 &:= g_1 + \frac{3454}{1405} g_4, & h_4 &:= g_1 + \frac{215815193}{176575248} g_5 \\ h_5 &:= g_1 - \frac{2}{3} g_6, & h_6 &:= g_1 + \frac{157091}{85176} g_7 \\ h_7 &:= g_1 + \frac{314182}{13261} g_8, & h_8 &:= g_1 - 2g_9 \\ & & h_i &\in M_{16}^0, v_\infty(h_i) = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j_1 &:= h_1 - \frac{1101826}{3072353} h_2, & j_2 &:= h_1 - \frac{53381570}{483619151} h_3 \\ j_3 &:= h_1 - \frac{197829676}{383083199} h_4, & j_4 &:= h_1 - 2h_5 \\ j_5 &:= h_1 - \frac{1694}{3281} h_6, & j_6 &:= h_1 - \frac{3209162}{140079611} h_7 \\ j_7 &:= h_1 + 2h_8, & j_i &\in M_{16}^0, v_\infty(j_i) = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_1 &:= j_1 + \frac{224217729147665637}{24239047092822838} j_2 \\ k_2 &:= j_1 - \frac{236809053230685084}{442699325284482701} j_3 \\ k_3 &:= j_1 - \frac{1390873761}{743509426} j_4 \\ k_4 &:= j_1 - \frac{89479545291}{175462079830} j_5 \\ k_5 &:= j_1 - \frac{9277764542427951}{6097499548087946} j_6 \\ k_6 &:= j_1 - \frac{463624587}{743509426} j_7 \\ & k_i \in M_{16}^0, v_\infty = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ell_1 &:= k_1 + \frac{361298320611462966221463307}{6109035437012742871327418} k_2 \\ \ell_2 &:= k_1 - \frac{17846976201389423}{5011269743155455} k_3 \\ \ell_3 &:= k_1 + \frac{486877015436248156754}{20516883616975166233} k_4 \\ \ell_4 &:= k_1 - \frac{1024537791480478604160181}{145477525192674894427435} k_5 \\ \ell_5 &:= k_1 - \frac{5157776122201543247}{484020440724293657} k_6 \\ \ell_i &\in M_{16}^0, v_\infty(\ell_i) = 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m_1 &:= \ell_1 - \frac{104773391634685209431425132845285}{1855221490958667553174752076204} \ell_2 \\ m_2 &:= \ell_1 - \frac{1969503432101581211036088854058095}{892671816283878773577334900603442} \ell_3 \\ m_3 &:= \ell_1 - \frac{55860040054730160402119788998036341}{19850716642165509938372241390418896} \ell_4 \\ m_4 &:= \ell_1 + \frac{1124409265834472073440268438749771}{343294581692269634410815102235104} \ell_5 \\ m_i &\in M_{16}^0, v_\infty(m_i) = 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_1 &:= m_1 - \frac{1986364791470630209618078077417852415040}{996385986236239428205136250262603740239} m_2 \\ n_2 &:= m_1 - \frac{306747395105938935572154439823803378080}{647726305962853746074199902529492725801} m_3 \\ n_3 &:= m_1 - \frac{31828992550648488209688956999200251520}{32510954209671241803832785634253880583} m_4 \\ n_i &\in M_{16}^0, v_\infty(n_i) = 7\end{aligned}$$

ここで、これまでの議論と同様に

$$F := (n_1 - r_2 n_2) - r(n_1 - r_2 n_3) \in M_{16}^0, v_\infty(F) = 9$$

となる有理数 r, r_1, r_2 が存在する。この F に対して

$$\frac{F}{\Delta_{13}^*} \in M_4^0, v_\infty\left(\frac{F}{\Delta_{13}^*}\right) = 2$$

である。一方、

$$v_\infty(E_2'^2 - E_4^*) = 1$$

であったから、この二元は互いに独立である。

以上より、重さ $k = 4$ の基底が決定された。

$$M_2(\Gamma_0^*(13)) = \mathbb{C}E_4^* \oplus \mathbb{C}(E_2'^2 - E_4^*) \oplus \mathbb{C}\left(\frac{F}{\Delta_{13}^*}\right)$$

最後に、本研究によって決定された $M_k^0(\Gamma_0^*(13))$ の生成元を表にまとめる。「※」の欄は、紙面数の関係上、割愛する。

重さ		
$k \leq 2$	$M_k^0 = 0$	-
$k = 4$	$E_2'^2 - E_4^*$	F/Δ_{13}^*
$k = 6$	※	※
$k = 8$	$E_4^*(E_2'^2 - E_4^*)$	$E_2'^2(E_2'^2 - E_4^*)$
	$E_8^* - E_4^{*2}$	$E_8^* - E_2'^4$
$k = 10$	$E_{10}^* - E_6^*E_4^*$	$E_{10}^* - E_6^*E_2'^2$
	※	※
$k = 12$	$E_{12}^* - E_6^{*2}$	$E_{12}^* - E_2'^2E_4^{*2}$
	$E_{12}^* - E_2'^6$	$E_{12}^* - E_4^{*3}$
	$E_{12}^* - E_2'^4E_4^*$	$E_{12}^* - E_4^*E_8^*$
	$E_{12}^* - E_2'^2E_8^*$	-
$k = 14$	$E_2'^2E_6^*(E_4^* - E_2'^2)$	$E_4^*E_6^*(E_2'^2 - E_4^*)$
	$E_2'^2(E_4^*E_6^* - E_{10}^*)$	$E_4^*(E_2'^2E_6^* - E_{10}^*)$
	$E_6^*(E_2'^2E_4^* - E_8^*)$	※

表 1 $M_k^0(\Gamma_0^*(13))$ の生成系

参考文献

- 1)[Kri]. A. Krieg. Modular forms on the Fricke Group. Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg 65 (1995), 293-299.
- 2)[Ser]. J. -P. Serre, A Course in Arithmetic (Graduate Texts in Mathematics 7), Springer-Verlag New York, 1973
- 3)[清水]. 清水英男, 保型関数, 岩波書店, 1992
- 4)[重 M]. 重住淳一, On the zeros of Eisenstein series for $\Gamma_0^*(p)$ and $\Gamma_0(p)$ of low levels, 九州大学修士学位論文 (2006)
- 5)[重 D]. 重住淳一, 保型形式の零点の配置, 及び格子から得られる球面デザインについての研究, 九州大学博士学位論文 (2009)

(2018年12月14日 受理)

GIS を用いた古代スリランカの水利施設築造の地理的条件の解明

鈴木慎也*

Clarifying the geographical condition of irrigation system of ancient Sri Lanka Using GIS

Shinya SUZUKI*

To clarify the geographical condition of irrigation system of ancient Sri Lanka, a distribution map of drainage density is delineated from DEMs. In addition, this map is compared to the distribution map of ancient irrigation facilities. This comparison reveals that irrigation facilities are found not only on rivers that can be confirmed on general maps but also on dry rivers that are not on general maps. Therefore, when investigating the distribution of irrigation facilities in a jungle area, it is very important to prepare a distribution map of drainage density using GIS and confirm the position of dry river in advance.

(Keywords :GIS, Sorouwa, Bisokotuwa, Irrigation system, Sri Lanka)

1. はじめに

本稿では、スリランカの密林地帯における古代水利施設の調査実施に際し、GIS (Geographic Information System) を用いた分布予測の有用性について考察する。

紀元前 5 世紀頃から紀元後 12 世紀にかけてスリランカで発展した水利システムは、他に類例を見ないほど高度に発展したものである。しかし、これらの水利システムは、13 世紀を境に急速に崩壊し、切り開かれた水田地帯は再び密林に呑み込まれていった。

これまでの研究では、古代灌漑農業文明の崩壊原因について、外国からの侵略、マラリアの蔓延、土壌の流出、過開発、維持管理体制の崩壊などが挙げられてきた (中村 1988)。しかしながら、これらの従来説はいずれの場合も、アヌラーダプラを中心としたカラー川水系とポロンナルワを中心としたマハヴェリ川水系の位置する北部平原 (ラージャ・ラタ地方) を対象として検討されてきた。しかし、アヌラーダプラ、ポロンナルワに並ぶ第三の古代スリランカの「核地域」は、ラージャ・ラタ地方から遠く離れた、南東部の平原 (ルフナ地方) に位置していた。このルフナ地方は地理的にインドからも遠かったことから、南インド諸王朝の侵攻を免れた地域であった。そのため、ラージャ・ラタ地方を追われた人々は、この地へ落ち

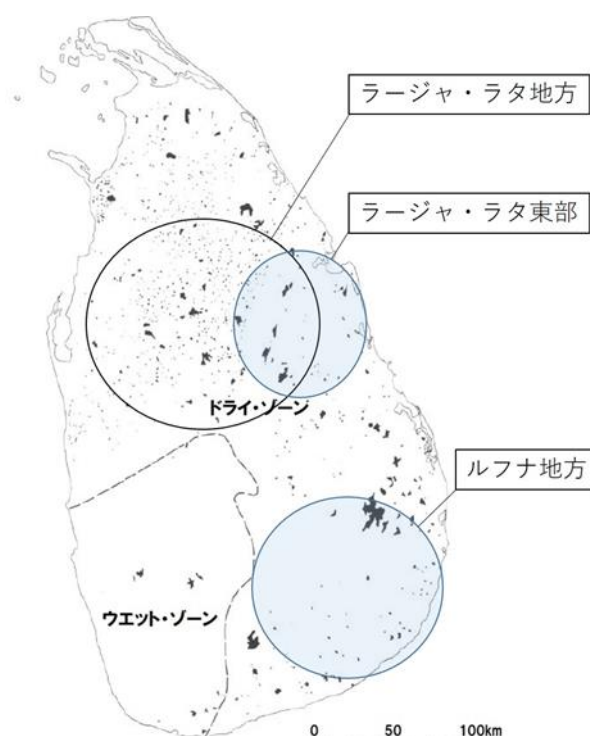


図 1 古代水利施設の分布

延び、再起を図るといったことが、古代スリランカ史上では繰り返されてきた。この外国勢力からの侵攻を免れたルフナ地方でも、ラージャ・ラタ地方同様に、13~14 世紀に貯水システムの崩壊が確認されている。つまり、両地域の灌漑システムの崩壊の原因は、共通している可能性が非常に高

*一般教育科 (社会)

く、ラージャ・ラタ地方の水利施設の研究のみからその崩壊原因を語ることは難しいと言える。

ルフナ地方は図 1 で示した分布図を見ても分かるように、ラージャ・ラタ地方と比べた際に、明らかに空白地帯が多い。これは単純に、ルフナ地方が同地方と比して、開発が緩慢だったことを意味するものではない。これは存在の空白ではなく、調査の空白を意味するものである。ルフナ地方は現在もうっそうとした密林が広がっており、その大部分が自然保護区に指定されている。そのため、開発の手が入っておらず、またそれゆえ、遺跡の分布調査が困難とされてきた地域でもある。

ルフナ地方と同様に、考古学上の空白地帯であるラージャ・ラタ東部もルフナ地方と同様の事由により空白地帯となっている。この地域は、主要河川の 1 つであるマハヴェリ川水系の下流域に位置する重要な場所であるにもかかわらず、1983 年から 2009 年まで続いたスリランカ内戦の戦場となっていたことから、現在も密林が広がっているため、遺跡の分布調査等の考古学的調査が進んでいない。

2. 研究の目的

近年、主に中央アジアや中国西部の乾燥地帯の考古遺跡を対象とした分析事例が盛んに報告されている(出田 2002・相馬 2012)。これらの地域は砂漠やステップが広がっており、地表面がほとんどむき出しに近い状態となっていることから、解像度の高い衛星写真を用いることで、人工物や河川の流路などを確認することが比較的容易である。しかしながら、スリランカのような熱帯性気候に属する地域においては、年間を通じて樹木によって地表面が覆われていることから、同様の手法を用いることは困難であると言える。

そのような中で、スリランカと同様に、熱帯モンスーン気候に属し、多くの古代遺跡が密林に覆われているカンボジアのアンコールワット、及びその周辺部において実施されている一連の調査は、注目すべき事例である(Shimoda 2013)。この調査では、航空機に搭載したレーザー測距儀を用い、地表面をスキャンするという航空レーザー計測(LiDAR)を用いることで、約 0.5m メッシュ、10 cm 精度の高精度数値地形データを取得し、密林を剥ぎ取った遺跡群全体の地表の形状がはじめて明らかとなった。しかしながら、このような大規模調査には、巨額の研究資金が必要であることはも

ちろん、政府関係各所からの調査許可を得なければいけないという大変高いハードルがあることは事実であろう。

本稿はこうした先行研究およびスリランカにおける調査環境の状況を鑑み、低予算で実施可能なルフナ地方とラージャ・ラタ東部における未発見の古代水利施設を対象とした分布調査の実施に向けた、GIS を用いた分析手法の有用性についての試論である。

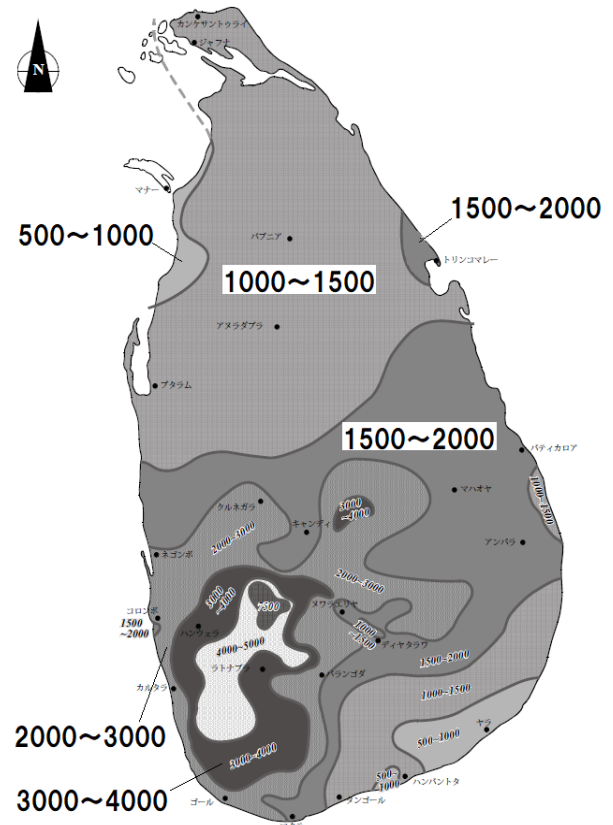


図 2 年間降水量 (mm) 1960~1990 年

3. スリランカの気候について

スリランカは全島が熱帯性モンスーン気候で、地域的に 3 つに分類される。島の北半分と南東部にかけての東海岸地域は概ねドライゾーンと呼ばれる乾燥地域で、国土の 4 分の 3 を占めおり、年間平均降水量は 1,900mm 以下、あるいは乾季の降水量が 500mm 以下の地域である。島の中央高地を含む南西地域は降雨の多い湿潤地域で、年平均降水量は 3,000~7,500mm、これらの乾燥地域と湿潤地域の間地域は半乾燥地域であり、年間降水量は 2,000~3,000mm となっている。なお、北部のドライゾーンに対し、湿潤地域と半乾燥地域は併せて、ウェットゾーンと呼ばれている(図 2 参照)。

4. 分析に用いた資料

今回の分析に用いた資料は次の通りである。

4.1. デジタルデータおよびソフトウェア

今回の分析で使用した DEM (Digital Elevation Model) データは、NASA が SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) と呼ばれる、スペースシャトルに積み込んだレーダにより、全世界の詳細な立体地形データを作成することを目的としたミッションによって得られたものである。SRTM は、地域によって 1 秒 (約 30m)、3 秒 (約 90m)、30 秒 (約 900m) 間隔のメッシュデータがあり、当初、1 秒メッシュはアメリカ合衆国のみカバーされていたが、2015 年より順次、全世界のデータの無償提供がなされてきた。今回は、その中でも詳細な地表面の地形分析が可能な 1 秒 (約 30m) 間隔のメッシュデータの SRTM-1 を用いることとした。

GIS のソフトウェアは、オープンソースソフトウェアの QGIS (Ver. 3.4) を使用し、分析の際には、本ソフトウェア付属の地形・水文関係のモジュールが充実している SAGA GIS を用いた。本ソフトウェアを使用したのは、次の理由による。第一に無償であるにも関わらず、高額な商用ソフトと同等の分析が可能である点。第二に世界シェアの高い商用ソフトの ArcGIS との互換性が比較的高い点である。

4.2. 対象遺跡

今回、分析対象として取り上げるのは、NPO 法人南アジア遺跡探検調査会が 2009 年、2010 年にワスゴムワ国立公園周辺の密林地帯 (図 3-A) で実施した調査と 2013 年にアンバン川流域と周辺の密林地帯 (図 3-B) で実施した調査で発見された 4 つの排水施設遺構である。

スリランカにおける一般的な排水施設であるソロウワ (Sorouwa) は、貯水池から土盛りを穿って、地下水路を埋設し、下流に水を流すように造られた暗渠式排水 (給水) 施設である。このソロウワには、排水量の調整や貯水池の水底の堆積土排出のために縦坑式のビソーコトゥワ (Bisokotuwa) と呼ばれる調水槽を途中に設け、切り石や煉瓦を組んで精緻に造られている (図 4 参照)。4 遺構はこれまで発見されている排水施設遺構の中でも、大規模なものに分類されている。しかしながら、従来の地形図上にはそれらの遺構に関連しているはずの河川が表記されていない。

そこで、GIS を用いて DEM から流路網を算出することで、地形図や衛星写真上では確認できない小河川の推定流路を明らかにし、4 遺構との関連性について分析を試みた。

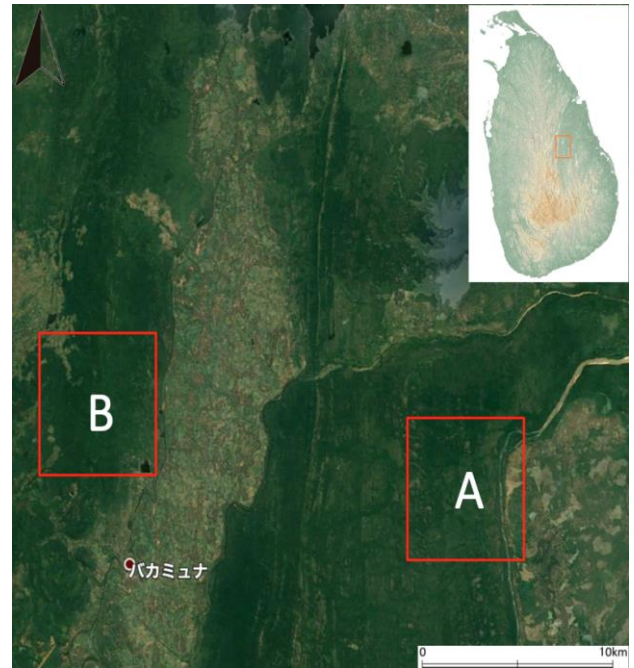


図 3 対象遺跡の位置

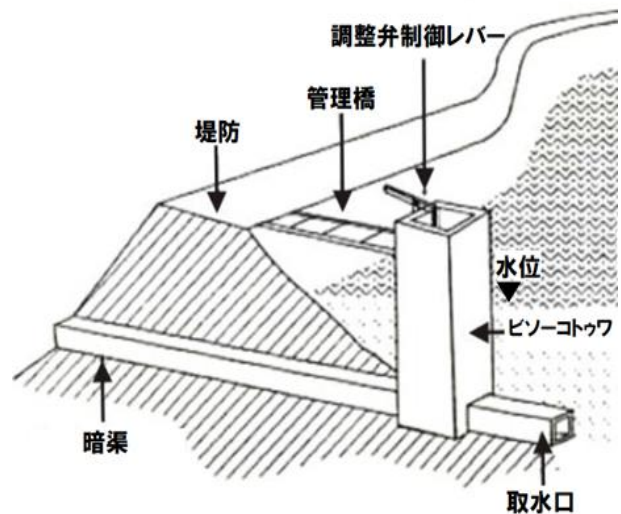


図 4 ソロウワの構造 (Ausadahami, 1999)

5. 分析結果

まず、ワスゴムワ国立公園周辺の密林地帯で確認された排水施設遺構 I・II と流路網との関係性について見ていきたい。図 5 で示した衛星写真は Google Earth で公開されているものであるが、遺構 I・II は目視可能な河川上に位置していないことが確認できる。これは必ずしも水利施設遺構の全てが現時点で確認可能な河川上に位置していな

いことを示唆する。図 6 は QGIS を用いて算出した流路網を図 5 の衛星写真にオーバーレイしたものである。図 6 から遺構Ⅰ・Ⅱは目視が難しい小河川の周辺に位置していることが明らかとなった。また、遺構Ⅰ・Ⅱの間に広がる非密林地帯は、古代の溜池に起因するものである可能性が高いと言える。



図 5 ワスゴムワ国立公園周辺の衛星写真



図 6 衛星写真と流路網をオーバーレイした図

次に、アンバン川周辺の密林地帯で確認された排水施設遺構Ⅲ・Ⅳと流路網との関係性について見ていきたい。図 7 の衛星写真に流路網をオーバーレイした図 8 を見て分かるように、遺構Ⅲ・Ⅳについても遺構Ⅰ・Ⅱと同様に、目視が難しい小河川の周辺に位置していることが明らかとなった。興味深い点は、図 8 の左下に見られる水系に連なるようにして古代の溜池跡と思しき非密林地帯が広がっている点である。これは遺構Ⅲ・Ⅳの

周辺部に未調査の水利施設遺構が存在する可能性が極めて高いと言えるだろう。



図 7 アンバン川周辺の衛星写真

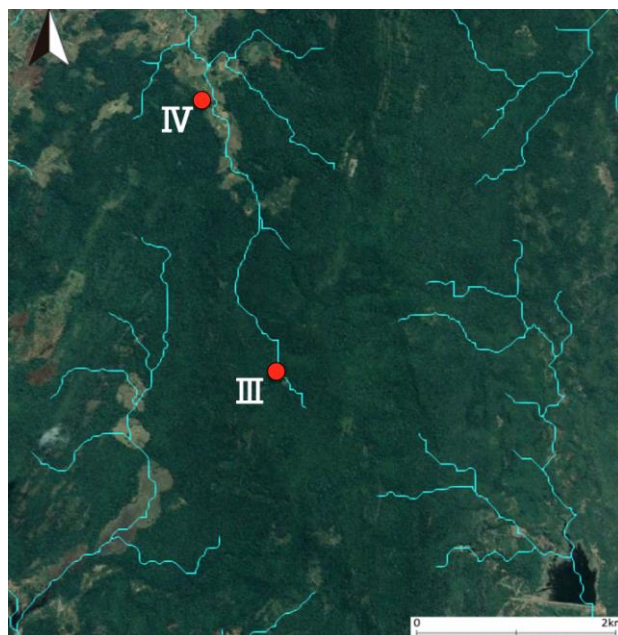


図 8 衛星写真と流路網をオーバーレイした図

6. 予察

本稿では、スリランカの密林地帯で発見された 4 つの排水施設遺構と GIS を用いて作成した流路網との関係性を明らかにすることができた。最後に、GIS を用いた密林地帯における排水施設遺構の立地予測に関する今後の研究の方向性について予察しておきたい。

まず、既知の水利施設遺構についても、築造の

地理的条件の1つに、「大河川だけではなく小河川なども含めた流路網上、もしくはその周辺部に位置する」という点を挙げることが可能かどうかという問題である。これは、本稿の主たる目的が、密林地帯における未知の水利施設遺構の分布予測を試みるという点に置かれ、実際に密林地帯に位置する排水施設遺構に着目したことから、分析対象があまりに少なかったことに起因している。今後は、イギリス統治下において製図された精緻な地図をデジタル化し、そこに表記されている既知の水利施設遺構についても同様の分析を試みていきたい。

次に挙げられるのが、先述した流路網以外の水利施設遺構築造の地理的条件に関する問題である。今回、分析を進める中で衛星写真上の溜池のいくつかが流路網上に位置していないことを確認した(図6右下の溜池を参照)。このことは水利施設築造の指向性が必ずしも地理的な要因だけではないという可能性を示唆するものである。今後は地理的条件だけではなく、集落や宗教施設などの他の人工物との関連性についても分析していく必要があるだろう。

謝辞

本論文を執筆するに当たって、貴重な調査データの使用についてご許可下さった、NPO 法人南アジア遺跡探検調査会理事長の岡村隆様、ならびに調査に携わった隊員の方々に深く感謝いたします。

参考文献

- 1) 出田和久：「CORONA 衛星写真から見たタキシラの都市遺跡」,『高解像度の衛星画像・衛星写真を用いた環境変化の解析』pp.71-80, 2002 年
- 2) NPO 法人南アジア遺跡探検調査会編：スリランカ・ワスゴムワ国立公園周辺の密林遺跡-2009 年・2010 年調査報告, 2012 年 4 月
- 3) NPO 法人南アジア遺跡探検調査会編：スリランカ・アンバン川流域と周辺の密林遺跡-2011 年・2013 年調査報告, 2015 年 5 月
- 4) 相馬秀廣編：高解像度衛星データによる古灌漑水路・耕地跡の復元とその系譜の類型化, 平成 19-22 年度科学研究費補助金研究成果報告書, 2012 年
- 5) 中村尚司：『スリランカ水利研究序説』, 論創社, 1988 年
- 6) Ausadahami, U. B. : Wewa, Siri Printers, Hingurakgoda, Sri Lanka, 1999.
- 7) Shimoda Ichita, et al. : Uncovering archaeological landscapes at Angkor using lidar, PNAS (Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America), 110(31), pp. 12595-12600, 2013.

(2018年12月14日 受理)

車軸と車輪の間の動摩擦係数(減速係数)の測定 4 —レーザー光を用いた光変調フォト IC を用いて—

藤井 俊介*

Measurement of Deceleration Coefficient in a Simple Experimental System with One Wheel and One Axis part 4 —rotation and direction detection system with laser and photo IC for encoder —

Shunsuke FUJII*

Intended for more precise detection of velocity, a new experimental setting is proposed. Experimental device is focused on one-wheel through one axis equipped with metal encoder. The angular velocity of the rotary encoder can be detected with light and photo IC (S4506, Hamamatsu Photonics). To reduce noise, laser light source is adopted. Due to multi-arrayed photo-diode in the photo IC, a new type of noise arises. This new type of noise stems from multi-times reflection of strong laser ray between detector and metal encoder. Using the relative difference between channel 1 and 2 (phase information), this contaminated pulse can be separated from original data.

(Keywords: multi-array photo-diode, rotary encoder, reflection, v-t graph)

1. 背景

力学台車は物理教育の現場で、初期に最もよく用いられる導入用教材の一つである。

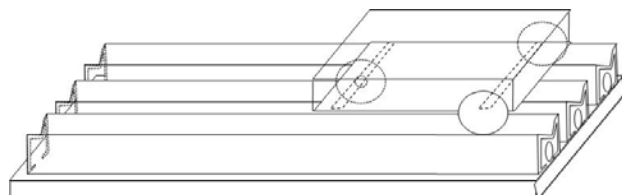


図 1 台車用レール上を運動する力学台車

特に、その運動を精密に測るため、著者はこれまで車輪にロータリーエンコーダを装着し、光を用いた非接触型の運動の検出のための教材開発[1]を試みてきた。その開発の中で、エンコーダを小型化して測定する試み[2]や、検出装置そのものを反射型にして、より実装しやすくする[3]など力学台車への実装を念頭に置いた装置開発を行ってきた。特に、[3]において問題だったのは、反射型にすると、光線の束が広がり、反射面の凹凸検出の分解能を下げてしまうという点であった。そこで、光源と受光素子がセットになっていたフォトインタラプタやフォトリフレクタを用いるのではなく、光源と受光素子を分けて開発を進める。光源をより狭い範囲に絞って測定を行うことができれば、反射型の検出装置[3]で問題点である拡散的な光源の改善にもつながる。第一ステップとして信頼性の高い透過型方式で検出実験を行う。

2. 検出装置の概要

検出装置は、レンズ付きの筒で集光点などを微調整できる赤色レーザー光源を採用し、受光部は、浜松フォトニクス社製のエンコーダ機能付きのフォト IC (S4506) を用いる。

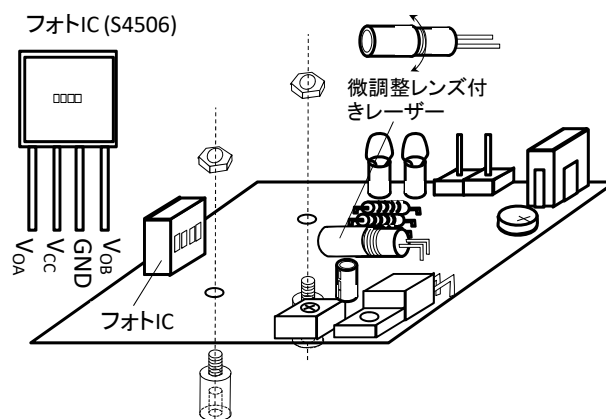


図 2 レーザーと光変調フォト IC (検出部)

図2は、レーザーとフォト IC を用いた検出装置である。三端子レギュレーターを用いて、電源の微調整などもできるようにしてある。また、上部のピンは右側 2 本が GND 用の出力ピン、筒のついた左側 2 本がオシロスコープで信号を取り出すための出力ピンである。出力ピンが 2 信号になっているのはフォトインタラプタの回転方向を位相として検出するためである。具体的には、フォト IC (S4506) にはフォトダイオードが 4 個、0.39[mm] の等間隔で並べられており、このフォトダイオー

*一般教育科

ド(最大感度波長 870[nm])に可視光が入るとフォトダイオードが ON 状態となり、それに従い各ダイオードに電流が流れる。データシート[4]によれば、各ダイオードに流れる電流を内蔵の IC で比較することにより、パルスの立ち上がり立ち下りのタイミングが決まる。

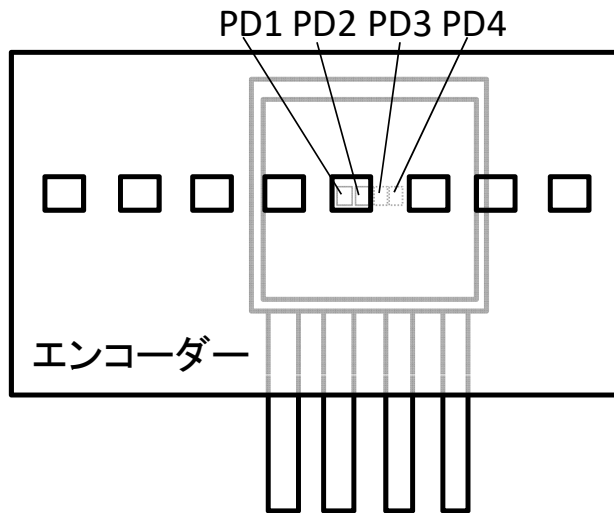


図 3 データシート[4]の推奨する配置の例

フォトダイオードは、本実験ではレーザー光の受光・遮光判定に用いるが、フォト IC 内では、フォトダイオードの動作を確かにするため、バッファが接続してある。図 4 の電流-電圧特性[5]を用いて、フォトダイオードの一般的な動作を考える。図 4 のグラフ中の負荷の直線は、図 4 の回路をモデルにしたものである。負荷直線との交点の存在範囲からわかるように、フォト IC の動作点は $V > 0$, $I < 0$ となる領域で動作する。例えば、受光時において、素子の受光照度が大きくなるので、図 4 に従いフォトダイオードの電流電圧特性が下に移動する。その結果、負荷直線との交点は、逆方向電流がより多く流れ、電位が H レベルとなる点に移動する(ON 状態)。図 3 の 配置[4]と、上記の動作を対応させると、PD1 と PD2 光が当たるので、光センサの出力が H レベル(=電源電圧)となっており、光の当たらない PD3 と PD4 の出力が L レベル(=0[V])になっている。そして、電流の比較は PD1 と PD3、PD2 と PD4 で行われる。

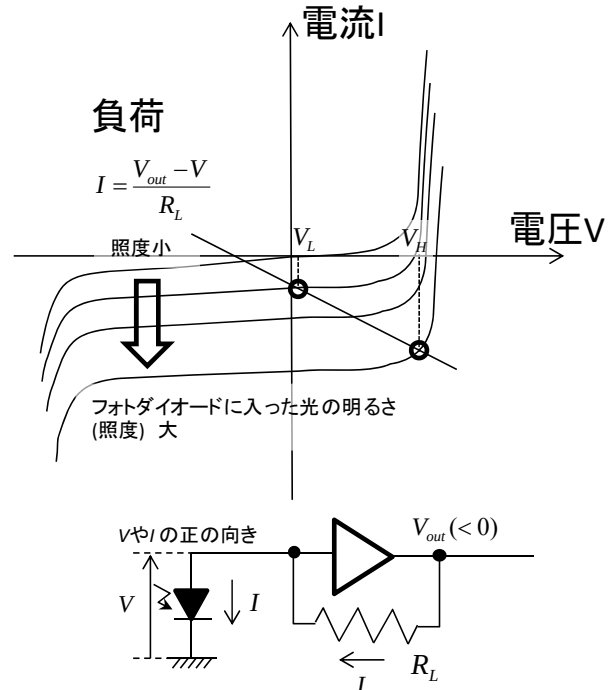


図 4 フォトダイオードの電流-電圧特性の概略図([5]を参考にした)

引き続き、フォト IC のデータシート[4]によると、次段にヒステリシスコンパレータが接続され、PD3 の電位-PD1 の電位を比較しその差が小さければ L レベル、大きければ H レベルになるよう出力される。従って、図 3 の配置(表 1 状態 a)での演算 $PD3 - PD1 (=V_{04})$ が、差が L-H となり負となるため、フォト IC ピン出力(= V_{04}) が、 $V_{04} = L$ レベル(状態 a)となる。他の、状態については、以下の表 1 のように、4 通り考えられる。

PD1	H	L	L	H
PD2	H	H	L	L
PD3	L	H	H	L
PD4	L	L	H	H
	状態a	状態b	状態c	状態d
PD3	L	L	H	H
PD1	H	L	L	H
PD4	L	L	H	H
PD2	H	L	L	H

表 1 理想的状況下で使用した場合のエンコーダ出力

表 1 と対応するフォト IC の電位の時間変化の様子(タイミングチャート)は図 5 のようになる。2 つの出力状態を見ることにより、状態 a-d と対応させることができる。特筆すべきは、運動の方向性(位相)を読み取ることができるという点である。

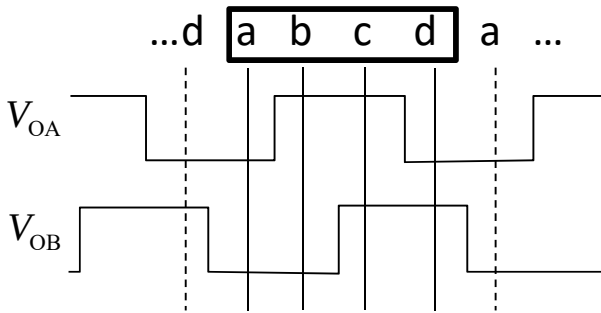


図 5 フォト IC の出力信号と各状態の対応関係

また、後の実験(図 7)で見るが、前後に揺れを繰り返すような「揺れ戻り型」の時間変化をした場合、通常のパルスとは異なる位相を持ったパルスが出るので、ノイズとして信号中から取り除くに役立つ。

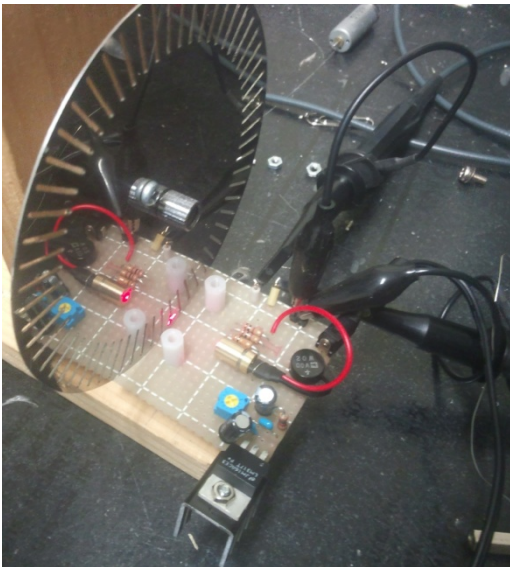


図 6 実際の測定部分の様子

図6は、このフォト IC をエンコーダの裏側に取り付け、レーザー光をエンコーダに垂直にあてて、2 信号をオシロスコープに取り込んでいるときの様子である。エンコーダの内側には車輪が付いており、車輪と軸の摩擦によって、回転が徐々に減速していく。エンコーダは 6° ごとに穴あけ([1]で製作)してあり、パルスのタイミングから角速度の測定を実測できる。このデータから、車輪の接線速度を求めることができる。2 パルスの変化から位相情報が得られるため、ノイズ選別などに役立つことができ、測定装置の高精度化が期待できる。

3. 実験結果

本実験でどのようなノイズが現れるかを把握するため、いくつかの実験を行う。

(i) 回転させずに軸方向に揺らした場合

エンコーダが回転しなくても、エンコーダからセンサまでの距離が横揺れに起因する振動により、車輪が回転していなくても、センサに明暗の繰り返しが生じることがあり、その結果、図 7 のように、「車輪が前後に動いている」ように見えるデータが現れる。光の拡散が大きい場合や、エンコーダと光源が垂直でない場合、この影響がある。

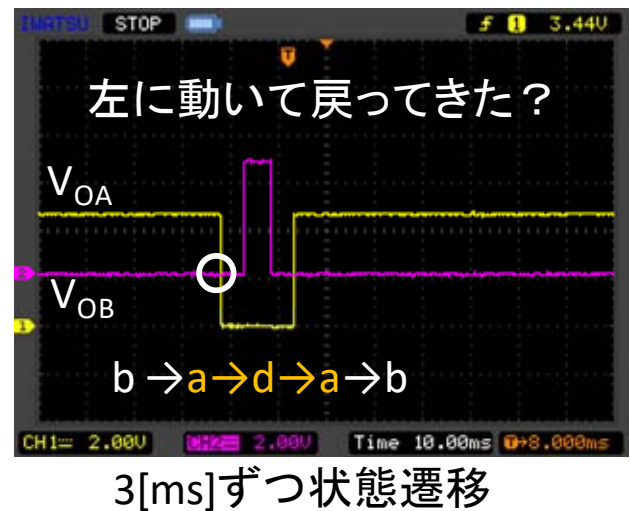


図 7 横揺れした場合の状態遷移

(ii) 反射の影響(複数経路)

用いたフォト IC の配置間隔 0.39[mm] (推奨エン

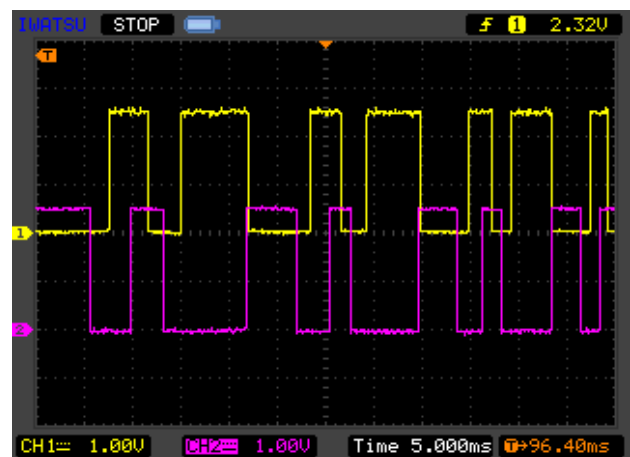


図 8 反射の影響を含んだパルス

コーダー穴間隔 0.78[mm])と、実際に用いているエンコーダの間隔(1.0[mm]=センサ 2.5 個分の幅)が一致していないこと、レーザーをそれほど絞らない状態(レーザー・エンコーダ間距離 18mm, エ

ンコーダ幅 1.0[mm]より最大 6.3° 程度の広がり)で使用するなどの条件下で測定を行うと図 8 のようなパルスが得られる。黄色のグラフが、オシロスコープのチャンネル 1[以下 CH1 と記述] (V_{OA}) の時間変化、紫色のグラフがチャンネル 2[以下、CH2 と記述] (V_{OB}) の時間変化である。図 8 のパルスが、センサとエンコーダー板間の 2 回目の反射光に起因する理由は、以下の図 9 や追実験の結果を見比べて、後で述べる。

得られた CH1 のみの電位の時間変化を、昨年度解析に用いた Excel 表計算[3]で、速度を計算、 v - t グラフ化したものが図 9 である。CH1 (図 8: 黄色) のみデータであるにも関わらず、現象が 2 価関数的に見え、このままでは物理的な解釈ができない。

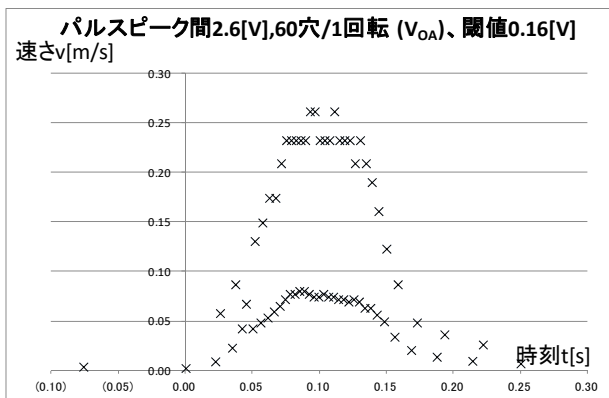


図 9 閾電圧 0.16[V] の CH1 から読み取った v - t グラフ

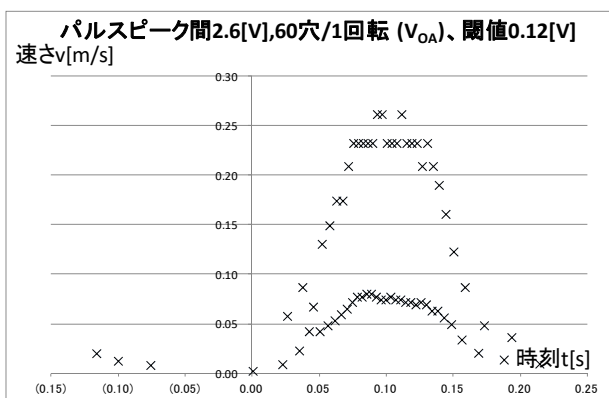


図 10 閾電圧 0.12[V] の CH1 から読み取った v - t グラフ

今までの 1 素子の透過型フォトインタラプタ[1]でもこのようなグラフが現れたことはあったが、パルスの立ち上がり条件を厳しくすることによって、物理的な意味のある v - t グラフを得ることができていた。しかし、今回は、立ち上がりの閾値をギリギリの 0.12[V]にしても、その傾向に変化

はなかった。(図 10)

そこで、追実験を行い、素子のうち 2 素子(図 3 の PD3, PD4)を紙でふさいで実験を行った。この実験においては、図 8 で隣り合っているパルス間の間隔が縮まり、一つのパルスのようになることが分かった。紙を入れて光の強度が弱まるという条件と、パルスが一つ出た後に、後を追うようにできるパルスの原因として考えられるのは、反射光である。フォトダイオードを一旦光が過ぎ去ったあと、金属製の素子からの反射レーザー光が、ロータリーエンコーダの金属板面によって再反射されたことにより、フォトダイオードに 2 回目の反射信号として到達し、誤検出につながった。

この考え方をもとに、図 9 のグラフから余計なパルスを取り除くことを考える。最初の試みとして、CH2 からの信号が同時に変化しており、図 5 の a, b, c, d (表 2 では、それぞれ位相 1, 2, 3, 4 に対応させた)のいずれかの位相状態になっていることに着目する。特に、図 5 の状態 d $\rightarrow$ c となる変化のみに拾い出すために、CH2 が H レベルとなっているときの CH1 の立ち上がりパルスのみを拾い出すという処理を Excel 表計算の処理に追加した。CH2 が L レベルとなっているときの CH1 の立ち上がりパルス(a $\rightarrow$ b;位相 2)も実際にはみられた。

データ番号	時刻	速度[m/s]	行番号	位相
1	-0.075918	0.004146	753	
2	0.000363	0.002746	1517	3
3	0.022428	0.009492	1738	2
4	0.026023	0.058271	1774	3
5	0.035009	0.023309	1864	2
6	0.037405	0.087407	1888	3
7	0.042297	0.042812	1937	2
8	0.045393	0.067670	1968	3
9	0.050285	0.042812	2017	2
10	0.051882	0.131110	2033	3
11	0.056176	0.048785	2076	2
12	0.057573	0.149840	2090	3
13	0.061467	0.053789	2129	2
14	0.062665	0.174814	2141	3

表 2 CH2 との比較から割り出した位相と CH1 の速度 (位相 3 が状態 c に対応する)

位相 2 は反射などにより現れた不要なパルスであり、これを取り除いて求めた v - t グラフが図 11, 図 12 である。このように CH2 からの位相情報と組み合わせることによって、図 9 の v - t グラフのデータを分離できることが分かる。

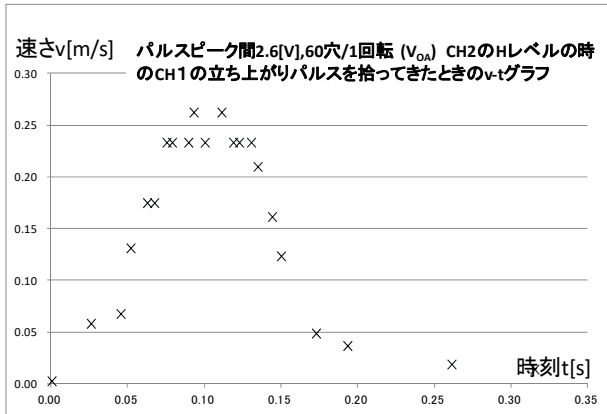


図 11 状態 c のパルスのみを拾ってきた v-t グラフ

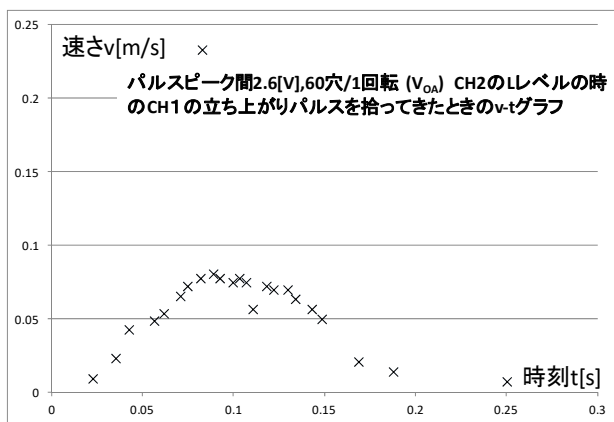


図 12 状態 b のパルスのみを拾ってきたときの v-t グラフ

4. まとめと今後の展望

本研究では、従来の実験[1]–[3]とは異なり、4素子入りの受光素子を用いて、v-t グラフを調べた。しかし、素子数が増えるということは、より多くのノイズを含むということであり、今回は当初の目標であったデータの精密化まで行うことができなかった。

今回は、CH1 に不要な成分が混じっており、データ解析を分かりにくくしていることが最初の課題であった。結果として図 8 のパルスのうち、CH2 が H レベルの時に、CH1 が立ち上がっている場合(図 5 の状態 d→c の変化)とそうでない場合があることが分かった。一方で、CH2 が L レベルの時にも CH1 が立ち上がるパルス(図 5 の状態 a→b の変化)が出てくる理由は、本来、不要な素子-エンコーダー間の反射光を検出しデータに不要なパルスが混入したことが原因であることが予想される。

今後は、この状態 a→b の変化の生じる素過程を究明し、CH2 の位相の情報を使わなくても物理

的に意味のある v-t グラフが得られるようにしていくことを目標としたい。そうすることで、CH2 の v-t グラフも改善され、今回とは違って位相を用いて不要なデータを取り除く必要がなくなる。こうして 2CH 分のデータを統合することで、より詳細に物理過程を検討することが可能になる他、位相の情報活用の本来の目的である正転・逆転状態を議論できるようになる。

一方で、ノイズとして、正転・逆転状態が回転とは無関係な垂直な方向の横揺れ振動と、光源を強力なレーザー光にしたことにより、反射による複数経路のノイズが伴うことが、解決すべき課題として残された。

今後も多素子のロータリーエンコーダのデータ解析を発展させていきたい。

謝辞

電気工学科の懇親会での新國先生との会話の中で「絞った光」を使うという本研究の原型となる着想を得ました。新國先生に感謝します。

参考文献

- [1] 「車軸と車輪の間の動摩擦係数の測定—力学台車と自作レールの性能評価のために—」, 藤井俊介, 東京工業高等専門学校研究報告書第 47 号, p1-p5 (2015)
- [2] 「車軸と車輪の間の動摩擦(減速)係数の測定 2—実装へ向けての拡張と装置開発—」, 藤井俊介, 東京工業高等専門学校研究報告書第 48 号, p8-p12 (2016)
- [3] 「車軸と車輪の間の動摩擦係数(減速係数)の測定 3—反射型光センサ(フォトリフレクタ)による実装を目的とした装置開発—」, 藤井俊介, 東京工業高等専門学校研究報告書第 49 号, p1-p5 (2017)
- [4] 浜松フォトニクスエンコーダー機能付きフォト IC データシート
https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s4506_kpic1004j.pdf
- [5] 浜松フォトニクス Si フォトダイオードデータシート
https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/si_pd_techinfo.pdf

(2018年12月14日 受理)

自然数の分割とその応用について

安富義泰*, 丸山文綱**

On a partition of Natural Numbers and its Application

Yoshiyasu YASUTOMI*, Fumitsuna MARUYAMA**

We give an example of infinite partition of the set of non-negative integers $\mathbf{N}_0$ using the triangular numbers. This partition provides a bijection between $\mathbf{N}_0$ and $\mathbf{N}_0^2 = \mathbf{N}_0 \times \mathbf{N}_0$. We also treat the higher dimensional case.

(Keywords: Triangular numbers, bijection, polynomial)

1. はじめに

本稿では「分割する」とは, ある集合を共通部分を持たない集合の和集合として表すことを意味する。1以上の整数の全体を $\mathbf{N}$ で表し, $\mathbf{N}_0 = \mathbf{N} \cup \{0\}$ の要素, つまり非負整数を自然数と呼ぶ。 $\mathbf{N}_0$ は可算無限集合である。以後無限とは可算無限のことのみを指すものとする。

$\mathbf{N}_0$ を有限個の無限集合に分割する方法はよく知られている。たとえば m を 2以上の自然数とすると

$$\mathbf{N}_0 = \{0, m, 2m, \dots\} \cup \{1, m+1, 2m+1, \dots\} \cup \dots \\ \cup \{m-1, 2m-1, 3m-1, \dots\}$$

であり, これは m による剰余による分類である。 $m=2$ の場合偶数と奇数に分割したことになる。一方, 無限個の有限集合に分割する方法もよく知られている。たとえば,

$$\mathbf{N}_0 = \{0\} \cup \{1\} \cup \{2\} \cup \{3\} \cup \dots$$

はそのような分割である。なお有限集合 $\mathbf{S}$ の要素数を $|\mathbf{S}|$ で表すことにする。

ここでは $\mathbf{N}_0$ の無限個の無限集合への分割の例を挙げる。このような分割は $\mathbf{N}_0$ と xy 平面上の第1象限の格子点集合 $\mathbf{N}_0^2 = \mathbf{N}_0 \times \mathbf{N}_0$ の間の1対1対応を導くが, その性質のいくつかを紹介する。なお証明は主定理を除き省略する。

2. 自然数の2次的分割

$\mathbf{N}_0$ の無限個の無限集合への分割の方法は限りなくあるが, ここでは次のような方法で実現し, 具体的な例をひとつ構成する。

自然数値の狭義単調増加数列 $\{a_n\}$ を考える。 $a_0 \geq 1$ とする。この数列の級数 $\{s_n\}$ を

$$s_n = \begin{cases} \sum_{k=0}^{n-1} a_k & (n \geq 1) \\ 0 & (n = 0) \end{cases}$$

によって定める。 $\{s_n\}$ も狭義単調増加数列となる。自然数を

$$\mathbf{N}_0 = \bigsqcup_{x \in \mathbf{N}_0} \mathbf{S}_x$$

と分割する。ただし $\mathbf{S}_x$ は半開区間 $[s_x, s_{x+1})$ に含まれる自然数の集合を表すものとする。 $\mathbf{S}_x$ は有限集合であり, 常に $|\mathbf{S}_x| < |\mathbf{S}_{x+1}|$ が成立することに注意する。 $\mathbf{S}_x$ の小さいほうから n 番目の要素のみからなる集合を $\mathbf{S}_x(n)$ で表すことにする。ただし, $|\mathbf{S}_x| < n$ の場合は空集合 $\emptyset$ を表すものとする。このとき, 任意の自然数 n に対し, ある自然数 K が存在してすべての $l \geq K$ に対し $\mathbf{S}_l(n) \neq \emptyset$ である。

このことから集合 $\mathbf{R}_x$ ($x \in \mathbf{N}_0$) を

$$\mathbf{R}_x = \bigcup_{j \in \mathbf{N}_0} \mathbf{S}_j(x)$$

で定義すると $\mathbf{R}_x$ は無限集合であり, 構成方法から $\mathbf{R}_a \cap \mathbf{R}_b = \emptyset$ ($a \neq b$) であることもわかるので,

$$\mathbf{N}_0 = \bigsqcup_{x \in \mathbf{N}_0} \mathbf{R}_x$$

となる。特に $\{a_n\}$ が公差が正の等差数列である場合, 上の分割を2次的分割 (quadratic partition) と呼ぶことにする。

ここでは狭義単調増加数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = n + 1$$

とおく。この公差1の数列の級数は三角数列 $\{T_k\}$ ($k \in \mathbf{N}_0$), つまり,

$$T_k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

となり, これは $0, 1, 3, 6, 10, \dots$ と続く狭義単調増加数列である。以下の議論では同じ記号を使うものの $\mathbf{R}_x$ は上記とやや異なった定義をする。

変数 y に関する2次式の列 $\{f_x(y)\} (x \in \mathbf{N}_0)$ を次のように定義する。

$$f_x(y) = \frac{y^2 + (2x+3)y + x(x+1)}{2}.$$

このとき $f_x(y)$ が $y > 1$ で単調増加関数となることは明らか。 $\mathbf{R}_x$ を,

$$\mathbf{R}_x = \{y \in \mathbf{N}_0 | f_x(y)\}$$

つまり, y が $\mathbf{N}_0$ 全体を動くときの $f_x(y)$ の値の集合とする。 $\mathbf{R}_x$ は $\mathbf{N}_0$ の無限部分集合となる。

2.1. 主定理

定理 2.1

$$\mathbf{N}_0 = \coprod_{x \in \mathbf{N}_0} \mathbf{R}_x.$$

証明

まず $\mathbf{N}_0$ から格子点集合 $\mathbf{N}_0^2$ への写像を次のように構成する。 $\{T_k\} (k \in \mathbf{N}_0)$ を三角数列とする。これは狭義単調増加数列で $0, 1, 3, 6, 10, \dots$ と続く。したがって, すべての $n \in \mathbf{N}_0$ に対して,

$$T_k \leq n < T_{k+1}$$

を満たす自然数 k が存在する。この k を使い $n \in \mathbf{N}_0$ から格子点

$$(k + T_k - n, n - T_k)$$

への写像が構成できる (図1参照) が, これは $\mathbf{N}_0$ から $\mathbf{N}_0^2$ への全単射を表す。この逆写像は $(x, y) \in \mathbf{N}_0^2$ に対して,

$$n = T_{x+y} + y \in \mathbf{N}_0$$

と対応させることで得られる。

$$\begin{array}{ccccccc} y & & & & & & \\ \uparrow & & & & & & \\ 9 & \nearrow & & & & & \\ 5 & 8 & \nearrow & & & & \\ 2 & 4 & 7 & \nearrow & & & \\ 0 & 1 & 3 & 6 & 10 & \rightarrow x \end{array}$$

図1 格子点への自然数の配置

$\mathbf{N}_0^2$ の x -一定の直線上での値を与える y の関数を $f_x(y)$ と表すことにすると, 上の構成からこれは2次式

$$f_x(y) = T_{x+y} + y = \frac{y^2 + (2x+3)y + x(x+1)}{2}$$

で表されることがわかる。よって,

$$\mathbf{N}_0 = \coprod_{x \in \mathbf{N}_0} \mathbf{R}_x$$

が示された。□

この多項式により $\mathbf{N}_0^2$ から $\mathbf{N}_0$ への1対1写像が得られた。この式を使い, もとの $\mathbf{N}_0$ から $\mathbf{N}_0^2$ への全単射をあらためて式によって表しておく。上で使った n, k を使う。三角数に関する二次方程式

$$T_x - n = 0$$

を考えるとこの正の解は k 以上 $k+1$ を超えない値になるので, 具体的には

$$k = \left\lceil \frac{\sqrt{8n+1}-1}{2} \right\rceil$$

と書ける。ただし $\lceil \cdot \rceil$ はガウス記号を表す。

定理 2.2

上の多項式で表される全単射

$$f: (x, y) \in \mathbf{N}_0^2 \mapsto n \in \mathbf{N}_0$$

の逆像

$$f^{-1}: n \in \mathbf{N}_0 \mapsto (x, y) \in \mathbf{N}_0^2$$

は

$$(x, y) = (k + T_k - n, n - T_k)$$

で与えられる。

2.2. 性質その1

上で見たように, $\mathbf{N}_0$ と $\mathbf{N}_0^2$ の間の全単射が構成できたが, この格子点 $\mathbf{N}_0^2$ の数の並びの性質を簡単に見ていくことにする。

この節では剰余について簡単に見ていく。 m を2以上の自然数とする。まず, 次を用意する。

補題 2.1: 任意の整数係数多項式 $P(x)$ について, 任意の x に対し次が成立する。

$$P(x+m) \equiv P(x) \pmod{m}$$

今回の全単射は x, y について多項式であるので, m を法とした剰余は $m \times m$ の基本領域を繰り返すものとなる。さらに次のような事実がわかっている。

命題 2.1: m の倍数は斜めに傾いた無限個の放物線上に存在する。

図2は $m=7$ の場合を示したものである。図では格子点の代わりに枠を使い, 下方向に x 軸, 右方向に y 軸をとってある。赤く塗ったのが7の倍数で, 同一放物線上に存在するもの一組 (7個) を紫で強調してある。

0	2	5	9	14	20	27	35	44	54	65	77	90	104	119	135
1	4	8	13	19	26	34	43	53	64	76	89	103	118	134	151
3	7	12	18	25	33	42	52	63	75	88	102	117	133	150	168
6	11	17	24	32	41	51	62	74	87	101	116	132	149	167	186
10	16	23	31	40	50	61	73	86	100	115	131	148	166	185	205
15	22	30	39	49	60	72	85	99	114	130	147	165	184	204	225
21	29	38	48	59	71	84	98	113	129	146	164	183	203	224	246
28	37	47	58	70	83	97	112	128	145	163	182	202	223	245	268
36	46	57	69	82	96	111	127	144	162	181	201	222	244	267	292
45	56	68	81	95	110	126	143	161	180	200	221	243	266	291	317
55	67	80	94	109	125	142	160	179	199	220	242	265	290	316	333
66	79	93	108	124	141	159	178	198	219	241	264	289	315	332	350
78	92	107	123	140	158	177	197	218	240	263	288	314	331	349	368
91	106	122	139	157	176	196	217	239	262	287	313	330	348	367	387

図2 7の倍数の位置

2.3. 性質その2 (素数分布)

平面上の格子点に自然数を対応させる方法としてよく知られているものにウラムの螺旋¹⁾がある。この配列もまた、非負整数全体を無限個の無限集合に分割しているものと考えられる。逆に上で構成した対応は、ウラムの螺旋の類似物であるともいえる。

ウラムの螺旋では、素数が直線状に並ぶことなどで有名である。本稿での対応では、たとえば次の命題 2.2 により $\mathbf{N}_0^2$ 上、素数が0個または有限個しか現れない直線が存在することがわかる。

命題 2.2: $n \geq 1$ に対して、

$$f_{T_n-1}(y) = \frac{(y + T_{n-1})(y + T_{n+1})}{2}$$

と因数分解される。

たとえば $n = 1$ では

$$f_0(y) = \frac{y(y+3)}{2}$$

となり、 $\{x = 0, y \geq 3\}$ の半直線上には素数は存在しない。一方、三角数列には素数が $T_2 = 3$ しか存在しない。よって $\{x \geq 3, y = 0\}$ の半直線上には素数は存在しない。全体の素数の分布状況 (素数を空色で示す) は図3の通りである。

0	2	5	9	14	20	27	35	44	54	65	77	90	104	119	135	152	170	189
1	4	8	13	19	26	34	43	53	64	76	89	103	118	134	151	169	188	208
3	7	12	18	25	33	42	52	63	75	88	102	117	133	150	168	187	207	228
6	11	17	24	32	41	51	62	74	87	101	116	132	149	167	186	206	227	249
10	16	23	31	40	50	61	73	86	100	115	131	148	166	185	205	226	248	271
15	22	30	39	49	60	72	85	99	114	130	147	165	184	204	225	247	270	294
21	29	38	48	59	71	84	98	113	129	146	164	183	203	224	246	269	293	318
28	37	47	58	70	83	97	112	128	145	163	182	202	223	245	268	292	317	343
36	46	57	69	82	96	111	127	144	162	181	201	222	244	267	291	316	342	369
45	56	68	81	95	110	126	143	161	180	200	221	243	266	290	315	341	368	396
55	67	80	94	109	125	142	160	179	199	220	242	265	289	314	340	367	395	424
66	79	93	108	124	141	159	178	198	219	241	264	288	313	339	366	394	423	453
78	92	107	123	140	158	177	197	218	240	263	287	312	338	365	393	422	452	483
91	106	122	139	157	176	196	217	239	262	286	311	337	364	392	421	451	482	514
105	121	138	156	175	195	216	238	261	285	310	336	363	391	420	450	481	513	546

図3 素数の分布状況

この小さい部分だけでも、 y 軸 (横) 方向に何本か素数の存在しない直線が見えている。

さらに拡張として、 $\mathbf{N}_0^2$ に奇数全体の集合を対応させる場合を考える。単に上の対応で n の代わりに $2n+1$ を対応させればよい。図4にこの場合の素数分布を示す。ここでは数を略し色だけ付けてある。右側に縦に見えている連続した部分は、素数を多く含む2次式として知られているオイラーの素数生成多項式 $x^2 + x + 41$ による素数の列である。

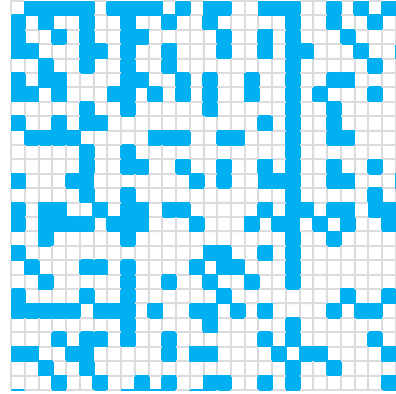


図4 奇数と対応させた場合の素数分布

3. 高次元の場合

$\mathbf{N}_0$ と $\mathbf{N}_0^d$ との対応によって $\mathbf{N}_0$ の分割が表されたので、 $\mathbf{N}_0$ と $\mathbf{N}_0^d$ ($d \geq 3$) の対応による分割も考えることができる。上記のように $d = 2$ の場合に多項式を使って表せる全単射が存在したので、 $d \geq 3$ の場合も同様のことが期待され、実際に次の形で存在する。

定理 3.1

$(x_1, \dots, x_d)$ で $\mathbf{N}_0^d$ の座標を表すと多項式

$$f(x_1, x_2, \dots, x_d) = \sum_{k=1}^d \frac{1}{k!} \prod_{l=0}^{k-1} \left(l + \sum_{m=1}^k x_m \right).$$

は $\mathbf{N}_0^d$ から $\mathbf{N}_0$ への全単射を与える。

この多項式は次の形に書き換えることもできる。

$$f(x_1, x_2, \dots, x_d) = \sum_{k=1}^d \binom{k-1 + \sum_{m=1}^k x_m}{k}.$$

ただし

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1) \cdots (n-k+1)}{k(k-1) \cdots 1}$$

は二項係数を表す。すぐにわかるように、座標の順番を変えれば $d!$ 個の全単射が得られる。なお、 $d = 1$ の場合は単なる恒等写像となる。

共通の性質として、原点での値は次元によらず $f(0,0,\dots,0) = 0$ となる。また 2次元の場合同様に剰余による周期性や値の分布状況等を論じることができるが、詳細は別の機会に譲る。

参考文献

- 1) M. Stein and S. M. Ulam : An Observation on the Distribution of Primes, The American Mathematical Monthly, Vol.74 No.1 (Jan. 1967), pp. 43-44
DOI: 10.2307/2314055

(2018年12月14日 受理)

小グループをベースとした座学の取り組みに対する 授業アンケートの自由記述分析による評価

黒田一寿*

Students' Evaluation by Free Writing Questionnaire for the Class Based on Small Groups

Kazutoshi KURODA*

We have been conducting health education classes based on active learning by small groups. In this report, we made a free writing questionnaire to the attending students in these classes. We analyzed comments by qualitative methods. Analysis was carried out in the following procedure: 1) Filing; 2) Coding; 3) Categorize; 4) Diagraming and Writing. The result are shown as follows: Students enjoyed communicating with their friends. Exchange activated in the class by changing the seat. The students felt rewarding in this class. Some students felt that the progress of the class was too fast. Through this analysis, we found the points to be improved in this class.
(Keywords: active learning, small group, class evaluation, qualitative analysis)

1. はじめに

「アクティブラーニング」という用語は、2012 年の中教審の答申に登場して以来、教育改革の切り札と期待され、大学教育に始まり、高校や小中学校にまで広がりを見せている。筆者も、時期を同じくして高専の担当授業において授業設計を見直し、小グループをベースとした座学に取り組んで来た。取り組み開始から 8 年が経ち、今回これを評価再検証する。

本報告における関心は、「受講者である学生にとってそれがどのような学習体験だったのか？」を掴むことにある。そのために、学生に対して自由記述式の授業アンケートを行い、そのコメントを分析することによって評価を行うこととした。予め質問文を設けて 5 件法で回答する授業アンケートは、手早く定量化できるメリットはあるが、調査者が保持している評価の枠組みによって回答が既定されてしまう側面がある。本報告では質的研究の手法を用いて、受講者である学生が保持している評価基準を明らかにしながら授業評価を進め、より有益な授業改善の資料としたい。

1.1. 健康と福祉

この科目は、東京高専において 2016 年度より導

表 1 健康と福祉で扱った単元 (2018 年度)

週	内容	方法
1	健康の定義	ガイダンス・導入
2	少年マルコの死	ワークショップ
3	応急処置	発表・グループ学習
4	熱中症	グループ学習
5	喫煙	グループ学習
6	飲酒	グループ学習
7	薬物乱用	グループ学習・ロールプレイ
8	感染症	グループ学習
9	食生活	宿題・自習 (論述)
10	生活習慣	グループ学習
11	身体と体力	グループ学習・口頭試問・小テスト
12	心の哲学	通常座学・スライド解説
13	認知科学	通常座学・スライド解説
14	障害と社会	ワークショップ・発表

入の新カリキュラムで開講された。本科 1 年生の必修科目で、前期半期開講の 1 単位科目である。前身にあたる科目は「健康科学」で、この科目から授業設計を引き継いでいる。授業設計の詳細については、全国高専教育フォーラム (2012) にて報告¹⁾済みである。

2018 年度に「健康と福祉」で扱った単元は表 1

*一般教育科

の通りである。授業方法については日本高専学会 (2017) において報告²⁾済みだが、本稿では今回実施した授業アンケートの回答を解釈するうえで必要となる背景として、以下簡単に紹介する。

1.2. グループ (班) の形成

授業はホームルーム教室で行った。学生の協力を得て学机を図 1 のような群島型にレイアウトし、4 名ないし 3 名のグループを形成した。このレイアウト図は授業の冒頭でスクリーンに示される。数字は出席番号を表しており、どの席位置に着くかはその場で乱数を用いて決める。

本授業ではこれを「シャッフル」と称した。その目的の 1 つは、クラスの学生同士の交流を広げることにある。またディスカッションを行うにあたって、毎回異なるメンバーで行った方が多様な考え方に触れられると考えた。

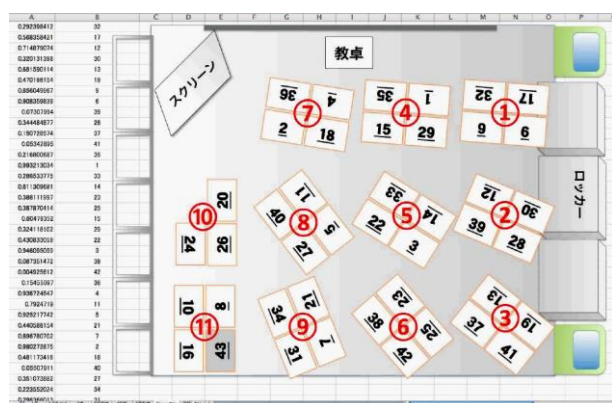


図 1 群島型机レイアウト

Excel にて作成。赤字はグループ、黒字は出席番号を表す。乱数関数により席位置が変動する仕組み。

1.3. ワークとグループ学習

各単元にはやはり押さえておきたい知識がある。2009 年度以前は、これをすべて板書あるいはスライドを用いて解説していた。当時の授業アンケート等の資料は残っていないが、受講姿勢、モチベーションは高いとはいい難かった。授業では居眠りが目立っていた。筆者の力不足もあるが、受動的受講スタイルの限界も感じていた。

そこで、2010 年度から穴埋め式の「ワーク」を自作して用いるようになり、毎年少しずつ改良を加えた。このワークは、資料映像を視聴しながら回答したり、教科書や配布資料を調べて回答する。スマートフォン等を用いて Web 検索することも許可した。わからないところはグループで教え合っ

て良いこととした。本稿で言う「グループ学習」とは、このワークに協力して取り組むことを指す。

1.4. 相互採点と相互レビュー

授業の最後にはワークの答え合わせを行った。スクリーンに模範回答を示し、授業者によって若干の補足を加えた。受講者はグループ内でワークを交換し、相互に採点を行った。

ワークの最後の問題には、論述問題を設定している。この論述の採点も受講者が相互に行った。その際、点数をつけるだけではなく「レビュー」を行わせた。すなわち、誤字脱字や句読点の使い方といった基本的な指摘から、論述への反論あるいは論点の補足、論理性の矛盾の指摘などである。

1.5. ワークショップとロールプレイ

設定した問いに対して、グループでディスカッションしながら意見をまとめていくスタイルを、本授業では「ワークショップ」と称した。

「少年マルコの死」は JANIC 資料³⁾を参考に構成したワークショップで、貧しい国の少年が破傷風に感染して命を落としてしまう物語を音読し、少年の死の原因を KJ 法を用いて分析する。

「障害と社会」は、障害平等研修⁴⁾を参考に構成したワークショップで、障害という概念について社会構成主義的アプローチから脱構築を試み、「社会モデル」の視点を学ぶ発見型学習である。詳しくは日本高専学会 (2018) にて報告⁵⁾した。

ロールプレイは、薬物乱用の危険性について知識を学んだのち、知人からの薬物使用の誘いを断るというシナリオについて、グループごとに台本を作成し、演じるものである。

いずれの取り組みも、最後にクラスの学生に向けてグループごとに発表を行った。この発表についても、学生が相互に審査を行った。

1.6. 宿題、自習、口頭試問、小テスト

食生活の単元において、自分の食生活の実態を記録して分析する宿題を出した。分析には、厚生労働省および農林水産省が提供している「食事バランスガイド」⁶⁾を用いた。自習は、食をテーマとした読み物⁷⁾について論述する内容とした。

口頭試問は、「身体と体力」の単元において骨格や筋の名称を記憶する課題を出し、その確認として学生が相互にクイズを出すような感覚で実施したものである。翌週には小テストを実施した。

1.7. 通常座学，スライド解説

心の健康に関する単元の授業2回分は、一般的な講義のスタイルで行った。ワークは配布したがグループは形成せず、授業者によるプレゼンテーションソフトを用いた解説を聴講しながら、各自で回答する形式とした。

講義スタイルにしたのは、これらの単元について能動学習型授業の開発が十分に行えていないことが主たる理由であるが、グループ学習との比較ができるかもしれないと考えた部分もあった。

1.8. 成績評価と学習ポートフォリオ

評価のベースは、毎回のワークの積算とした。これに加えて、ワークショップやロールプレイの発表に対する学生相互の審査点、自習課題、小テスト、宿題の評価点も算入した。

定期試験は行わないが、試験返却日に1コマを設定し、成績のフィードバックを行った。学生個人ごとに各単元におけるワーク等の評価点をまとめた「学習ポートフォリオ」を作成し、配布するというものである。各回のワークの集計にはマークシート処理ソフト（Remark Office OMR）を活用し、学習ポートフォリオの作成にはデータベースソフト（FileMaker）を用いた。

2. 方法

本報告の目的は、学生の目線で本授業を評価することであり、いわゆる「データそのものに語らせる」帰納的アプローチを取る。そのために授業アンケートは自由記述の形式を取り、質的研究手法を用いて分析し、定性的評価を行った。

2.1. 授業アンケート

授業アンケートは、前期末試験後に設定された試験返却日の1コマを用いて実施した。本授業は半期科目なので、この時点で全ての単元を終えている。成績の確認のために学習ポートフォリオを返却しつつ、同時に授業アンケートも配布し、その場で回答を得た。

本報告で用いた授業アンケートのフォーマットを図2に示した。このフォーマットは、2014年度まで本校で全学的に用いられていた授業評価アンケートをもとに改編したものである。なお本校の授業評価アンケートは、2015年度からはGoogleフォームを利用したWebアンケートの形式へ変更になっている。

授業アンケート	
アンケート実施日	2018年 月 日
教員名	黒田一寿
授業科目名	健康と福祉
学年・学科（組）	1年 組
名前（無記名でも良い）	

次のそれぞれの項目について感想・意見・要望を記述欄に自由に書いてください。（その他、このクラス・この授業で学生の理解度を高めるために何か必要なことがあればコメントしてください。）

- 1) 授業内容について
- 2) 授業方法について
- 3) 評価方法について
- 4) 授業における教師の話（内容や語り方）について
- 5) 全体を通じての感想

記述欄

1)

2)

3)

4)

5)

図2 授業アンケートのフォーマット

回答は自由記述式とし、次の5項目に分けてコメントを求めた。

- ① 授業内容について
- ② 授業方法について
- ③ 評価方法について
- ④ 授業における教師の話(内容や語り方)について
- ⑤ 全体を通じての感想

項目を設けたのは、学生の回答のしやすさを考慮したためである。「〇〇について」というごくおおまかな観点の提供が、授業を振り返る際のとっかかりとなると考えた。もちろん細か過ぎる項目設定は、研究者による前提が多分に入り込んでしまいが、前述の5項目くらいであれば、その余地は狭いであろう。広大な空白スペースを与えられるだけでは、戸惑う学生が多いと考えた。

同様に回答のしやすさを考え、氏名については

記名しても、無記名でもどちらでも良いとした。

2.2. 分析方法

収集した回答はドキュメントスキャナで電子ファイル (PDF) に変換して扱った。記述コメントの解析は、質的データ分析の手法にならって、①ファイル化、②コーディング、③カテゴリー化、④図解・叙述化の手順で進めた。

本報告では、一連の解析作業を質的データ分析ソフトを用いて PC 上で行った。使用したソフトウェアは Nvivo12 である。利点として、回答の PDF ファイルを同ソフトに読みこんだ時点で、ほぼファイル化が完了する点があげられる。紙媒体で行う場合は、記述を切り抜き、ラベルを貼ってカードを作成することになる。また分析が進み、データの縮約が進んだのちも、素早く元のテキストの文脈に立ち返ることができる点も特徴である。

コーディングは、全ての記述コメントを読みながらひとまとまりの記述範囲を指定し、それにキ

ーワードを含む小見出しを宛がうことによって進めていった (この小見出しを質的研究では一般的に「コード」と呼ぶが、Nvivo では「ノード」と称している)。図 3 にコーディング作業中の PC 画面を例示した。例えばここでは、「授業内容について」のコメント文に対して、「小中の保健の内容と重なる」「先生の話がおもしろい」「新鮮な内容だった」の 3 つのコードがコーディングされている。

カテゴリー化では、生成したコードを類似性・共通性に基づいてサブカテゴリー、カテゴリーに分類していった。今回は、5 つの質問項目が最上位のカテゴリーに相当するが、分析以前にこれらのカテゴリーを設定したものではない。一次的なオープン・コーディングから始め、カテゴリー化を進めた結果、帰納的に導き出されたものである。

したがって、どの質問項目に対する回答であるかは、コメントの文脈をとらえるうえでは考慮したが、コードをカテゴリー化するうえでは区別せずに縮約を行った。

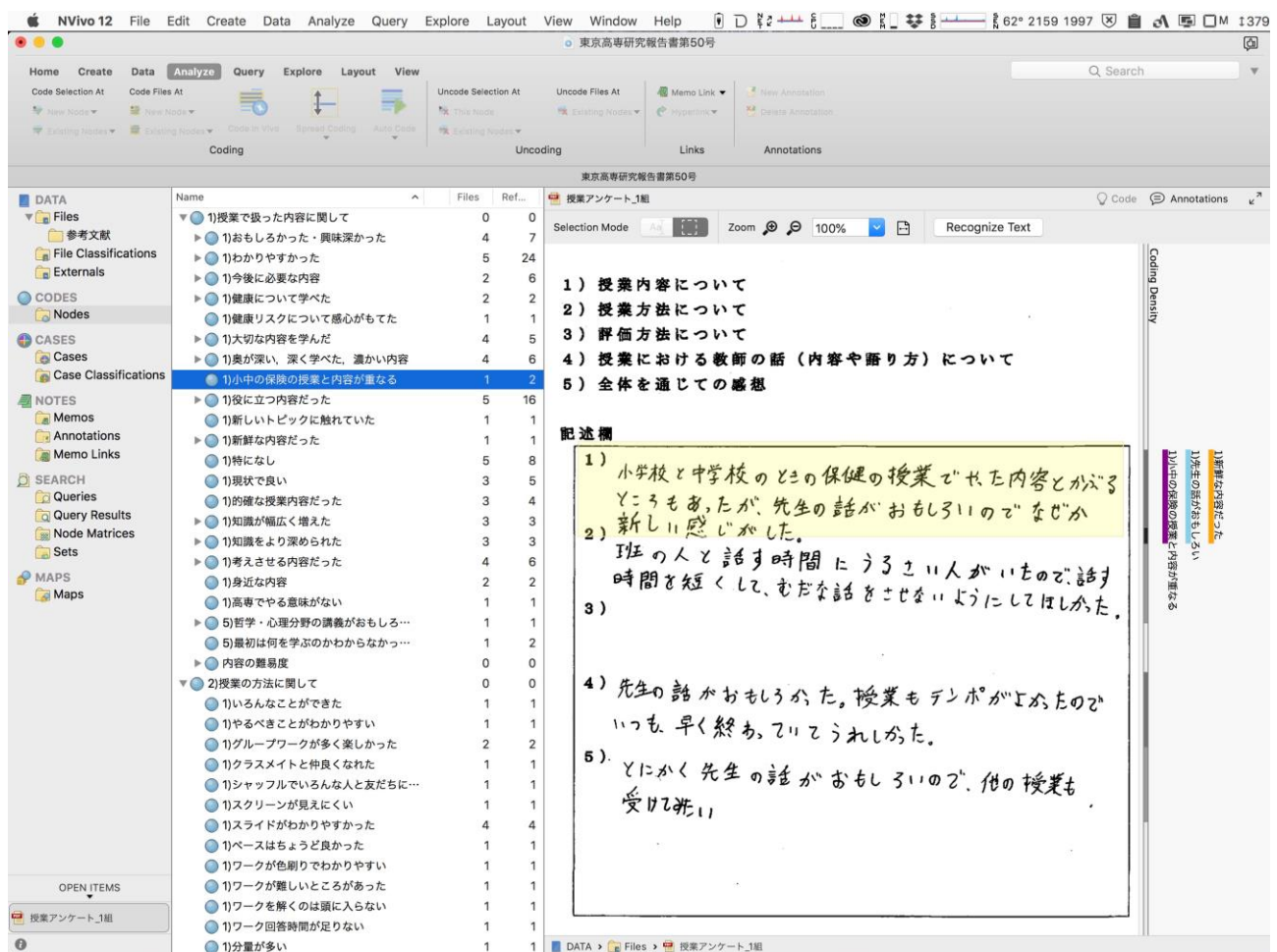


図 3 質的データ分析ソフト (Nvivo) によるコーディング

3. 結果と考察

受講者 206 名に対し、回収できた回答用紙は合計 200 名分で、そのうち全て空欄の無回答が 3 枚あった。よって回答率は 95.6%であった。

オープン・コーディングによって一次的に生成したコードは 300 以上あり、類似性・共通性をもとにまとめることで 125 のコードに縮約した。さらにカテゴリー化を進めた結果、質問項目と同じ 5 つのまとまりが構成された。

以下、このカテゴリーごとに分析結果をまとめる。コードは括弧付きで {コード} のように記述し、サブカテゴリーは [サブカテゴリー] と記述する。オリジナルの回答記述は、四角に線で囲った枠内に記載する。図 4～8 の図解では、各コードの関連性についてネットワーク図による分析を試みた。プロットされた円の面積はそのコードの出現数を表す。最も小さい円のコード出現数は 1 である。これらを「肯定的」か「否定的」かを縦軸、サブカテゴリーを横軸としてプロットした。

3.1. カテゴリー①：授業内容（図 4）

[抽象的]：このサブカテゴリーをみると{良かった}{わかりやすかった}{おもしろい}と、ぼんやり

りした印象だが肯定的な評価がみられる。

[難易度][関心]:授業開始当初は「健康と福祉」という科目名に戸惑ったケースあったようだが、授業が進むにつれてそれが「保健」の内容に即しており、その発展版であって、年齢相応の適切な内容と評価した学生が多かった。発展的な内容も加えられたことで、新鮮さもあったと評価している。ただし[個別的]にあるように、終盤の講義形式で扱った「哲学・認知科学」の内容は、関心をもって聴講した学生と、内容が難しいと感じた学生に分かれたようであった。

[意義]: 体や健康に関する知識を学ぶことが、今後に必要な知識で、ためになる内容であったと評価する学生が多かった。相反性のあるコードとして{高専でやる意味がわからない}があるが、これは回答記述をそのままコードにしたもの（インビボコード）である。この回答者は、他の項目では抽象的ではあるが肯定的な評価をしており、推測するに本授業が工学からかなり外れた内容であることを指して記述したのではないかと思われる。

[広がり・深まり]: 学生は、幅広く学ぶとこと同時に、ときにそれを深め、{考えさせる内容であった}ことにも価値を見いだしていた。

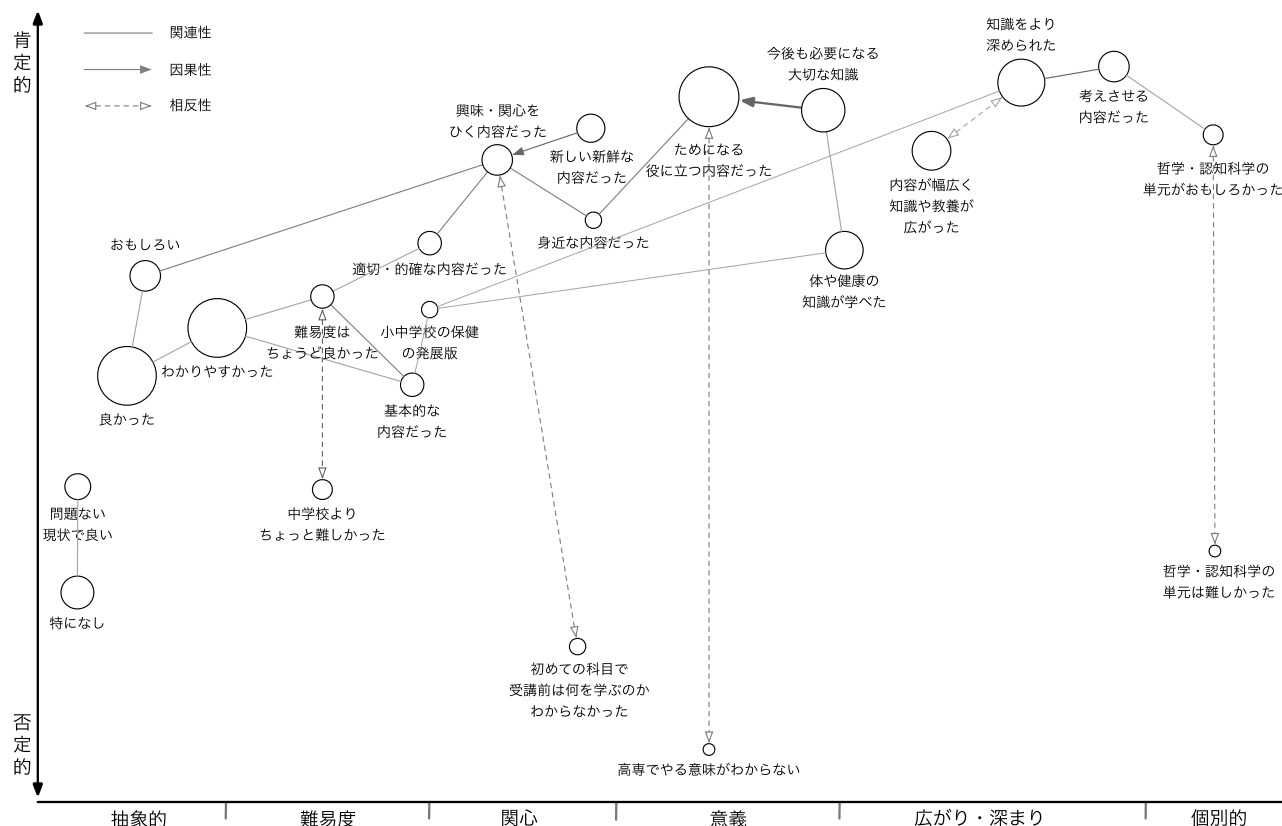


図 4 授業内容に関するカテゴリーの図解

3.2. カテゴリー②：授業方法（図5）

このカテゴリーでは、学生は大きくは2つの側面についてふれていた。1つはグループ単位で机を寄せ合うという形式に関するもので、もう1つは毎回の授業が「ワーク」を用いた演習であることに関連したコメントである。

〔グループで活動〕：このサブカテゴリーは、多くの「授業が楽しかった」というコードを含んでいる。その楽しさとは、クラスメイトとのコミュニケーションに起因するものである。コミュニケーションには、設定されたテーマに関するディスカッションというかたちと、演習問題に助け合っ
て取り組むというかたちがあった。

誰とのコミュニケーションか？という点については、特定の仲の良い友だちと一緒にできたことではなく、席替え（シャッフル）によって、不特定多数のクラスメイトとコミュニケーションを取れたことを評価していた。例えば{席のシャッフルで交流が広がった}のコードには、次のようなコメントがある。

毎回席を変えながらの授業だったので、あまり話せていなかった人とも話せて楽しかった。

ただし、学生のなかにはそれが煩わしかったり、

苦手だったりする者もいるようだ。

〔ワーク〕：筆者が自作した演習問題である「ワーク」に対する評価は、ただ教師の話を聴講し、板書をノートに写すよりも能動的に学習できたと評価する面と、調べてもなかなかわからない問題があったことで、内容の改善を求める面があった。

〔形式・手法〕：ワークの題材や進め方には、いろいろなバリエーションを持たせてあったことは好評価であった。穴埋め問題と記述問題があり、参照先として教科書だけではなく、自作資料や動画、プレゼンテーションソフトによる解説などがあった。ワークショップによって進める回もあった。

「進行のテンポ」：このサブカテゴリーについては、速すぎて時間が足りない局面があると指摘する声も多かった。ただ、各回が 90 分授業 1 回分でやり切る形式であるため、授業者としては意識してある程度の時間圧をかけた面もある。それを良いテンポや緊張感としてとらえた学生もいた一方で、動画を視聴しながらの回答などに難しさを感じる学生もいた。書字等の作業には、学生間で処理速度のバラツキがあり、バランスを取る必要がある。

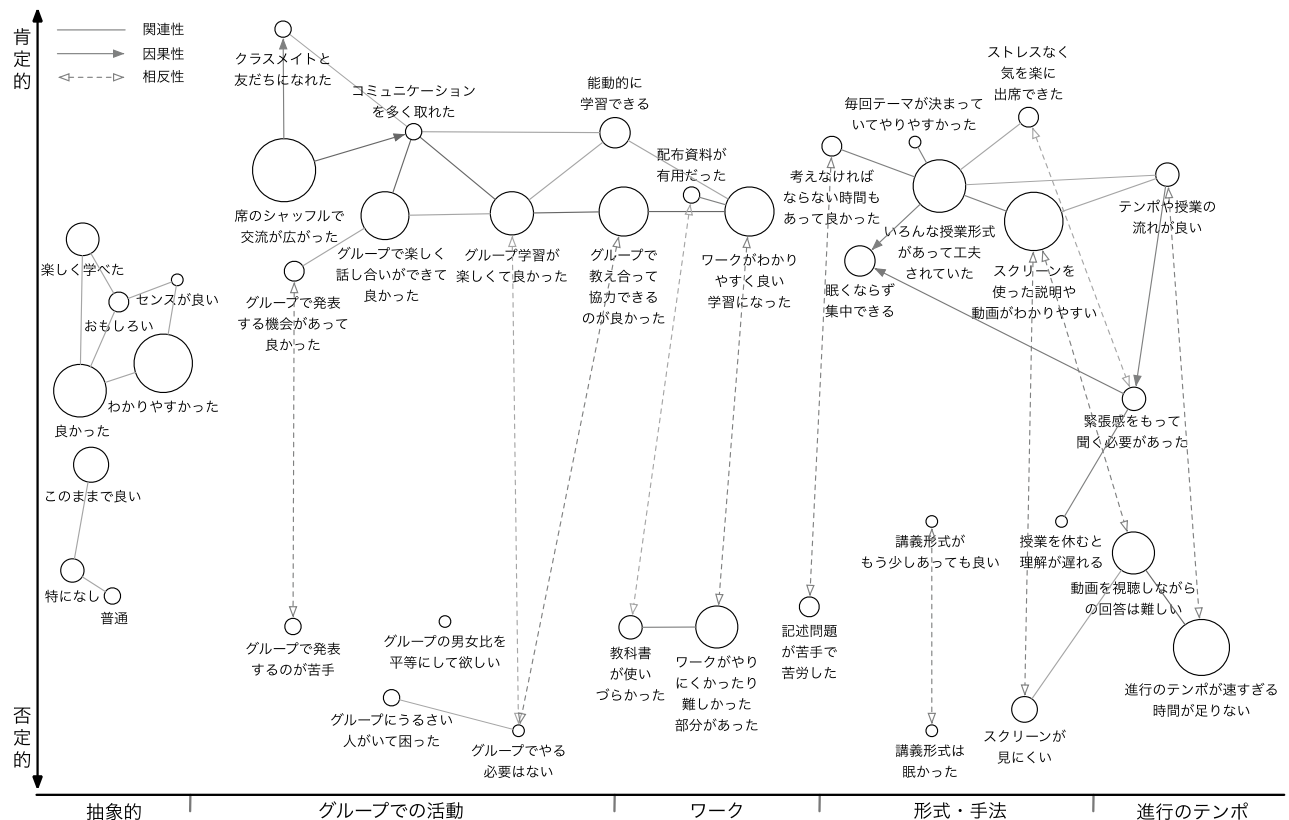
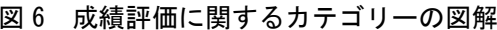


図5 授業方法に関するカテゴリーの図解

〔柔軟性・要望〕：このサブカテゴリーにコーディングされた記述は、いずれも出現数は少ないものの、授業改善の面では注目すべき記述であった。

ポートフォリオについては、現在は「ワークの点数の一覧」という意味以上のフィードバックができていないこともわかった。今後、例えば記述問題への回答が質的にどの程度向上したかなど、受講によって得られた成果を実感できるようなポートフォリオにできないか検討したい。



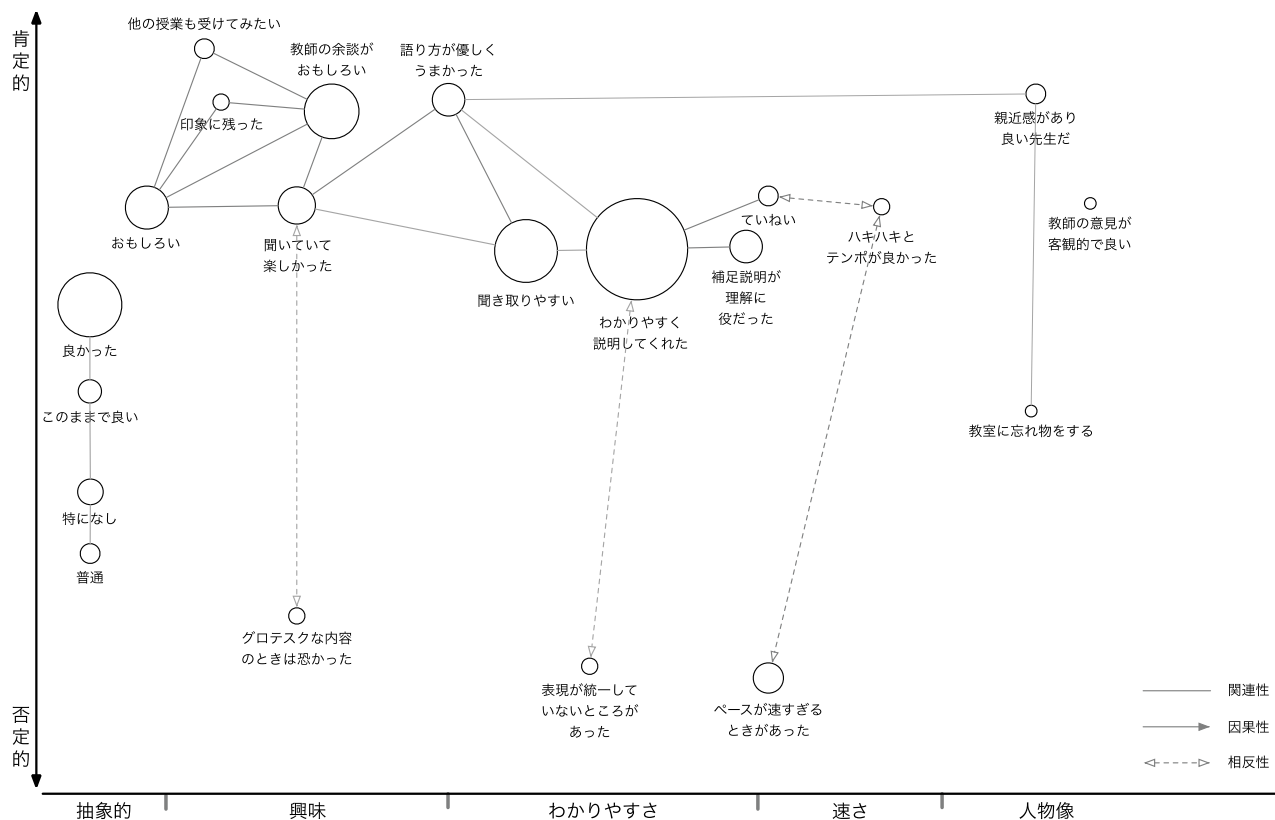


図 7 教師に関するカテゴリーの図解

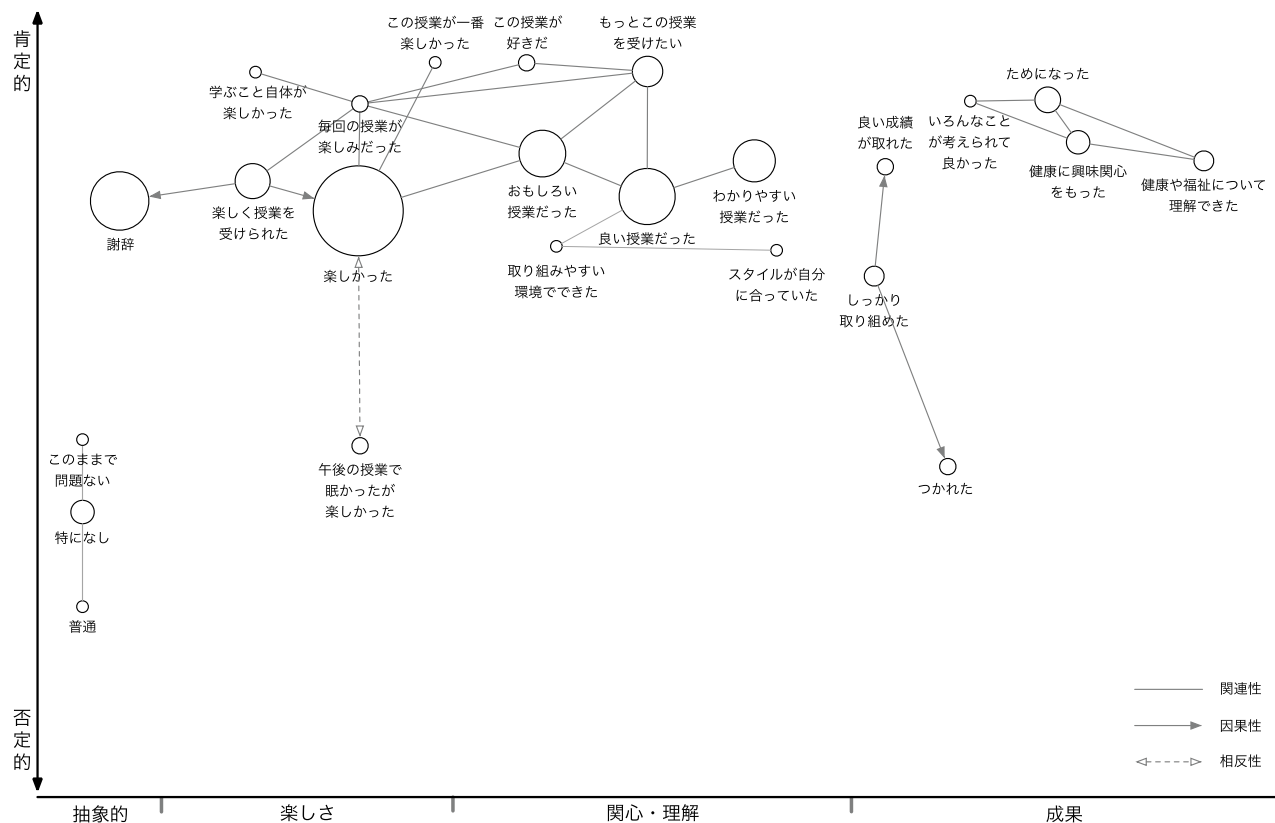


図 8 全体を通じてのカテゴリーの図解

3.4. カテゴリー④：教師に関して（図 7）

〔興味〕：このサブカテゴリーでは、単元の内容からやや脱線したいいわゆる「余談」が、とても学生の印象に残りやすいことを再確認した。

〔わかりやすさ〕：アクティブラーニングでは教師が話す時間は比較的少ないものの、学習の進め方に関する説明は明確さが必要となる。できるだけシンプルにわかりやすく説明しようと心掛けたが、概ね好評価であった。ただし、授業方法のカテゴリーでも出現した「ペースが速すぎるときがあった」というコードがここでもみられた。回答記述を見ると、**「ある局面では速すぎる」**という評価なので、全体に内容を詰め込み過ぎず、時間的に余裕をもった授業設計となるよう心掛けたい。〔表現が統一していない〕については、教科書とワークにおける用語の不一致、また無自覚のうちに横文字で言い換えている場面などが考えられた。

〔人物像〕：引き続き学生との間でラポールを形成できる授業を目指していきたい。

3.5. カテゴリー⑤：全体を通じて（図 8）

クラスメイトとコミュニケーションを取りながら取り組める本授業に、大部分の学生が楽しみながら参加できたと思われる。また、やや単純ではあるが、「楽しい」と「わかりやすい」は「好き」につながり、学生が保持する授業評価軸の大きな柱であることがわかる。それらが「しっかり取り組めた」を下支えして、「良い成績が取れた」という満足感を獲得するに至るのが理想である。全体を通して「つかれた」というのも、充実の裏返しと取ることもできる。

〔成果〕：このサブカテゴリーでは、本授業の到達目標に触れた記述がみられた。前述の「楽しい」「わかりやすい」も大切ではあるが、それをきっかけに「考える」経験につなげることも、学生は有意義に考えていることがわかる。学習へのモチベーション低下が問題視されるのは今に始まったことではないが、それはやはり学校というマス教育の枠組みや授業方法が、学生のモチベーションを引き出せていない側面が大きいことを、再確認させてくれた。

4. まとめ

受講者である 16 歳前後の高専 1 年生にとって、入口として「楽しさ」「わかりやすさ」は重要な要素であった。また、自ら調べ考える能動的なスタ

イルで学習内容に接することで、学ぶことの意義を教師が説明せずとも、学生自ら見いだせていた。

入学後まもない時期に始まる本授業では、席替えが人間関係を広げ、流動性を持たせることに寄与していた。世田谷区の鷗友学園についての記事⁸⁾で、この学校では自己肯定感を高めるねらいで頻繁に席替えを行っていることが取り上げられていた。男子と女子では傾向が異なるが、「まったく接触機会のないクラスメイト」がどのような人間関係を想像してみるとわかりやすい。日々授業を受けるクラスという場に対する「基本的信頼感」とでも呼べるようなものが早期に形成できれば、様々な方面に良い影響をもたらすだろう。

今回は自由記述式の授業アンケートという形をとってデータを収集した。授業改善という視点からこの方法をみたとき、ある要望がたったひとりから表現されたものであっても、授業者の大切な気づきを導くことがあることは注目に値する。筆者も、今回の分析によって得られた課題を今後の授業改善に大切に繋げていきたい。

参考文献

- 1) 黒田一寿：健康に関する授業の設計(身体分野)、全国高専教育フォーラム教育研究活動発表概要集、pp.317-318、2012 年 8 月
- 2) 黒田一寿：共助・相互交流促進の仕掛けをもった健康に関する授業の展開、日本高専学会、pp.11-12、2017 年 9 月
- 3) 山口誠史(編集責任者)：MDGs ワークショップ実施マニュアル、国際協力 NGO センター(JANIC)、2010 年 6 月
- 4) 障害平等研修フォーラム：<http://detforum.org>
- 5) 黒田一寿：障害の社会モデルを学ぶワークショップ形式授業、日本高専学会、pp.96-97、2018 年 9 月
- 6) 農林水産省：「食事バランスガイド」について、http://www.maff.go.jp/j/balance_guide/
- 7) 福岡伸一：生命と食、岩波書店、2008 年 6 月
- 8) 吉野明：名門女子校が 3 日に一度席替える理由、PRESIDENT Online、2018 年 11 月 26 日

※本報告は JSPS 科研費 16K04858 の助成を受けたものです。

(2018 年 12 月 14 日受理)

熱負荷を受ける波型重ね合わせ接着継手の力学特性

志村 穰*, 渡部遥平**, 黒崎 茂***

Mechanical Properties of Adhesively Bonded Wavy-lap Joints Subjected to Heat Loadings

Jyo SHIMURA*, Yohei WATANABE**, Shigeru KUROSAKI***

In this study, we have tried to research the mechanical properties of the adhesively bonded wavy-lap joints subjected to thermal loads. Adherend materials for the case of similar and dissimilar joints are composed of stainless steel SUS304 only, aluminum alloy A6063 and SUS304, respectively. To figure out deformation and stress distribution of the joints, thermal stress analyses using FEM were performed. Furthermore, the effect of difference between material constants of both adherends on the mechanical properties of the joints were investigated by the simulation. In addition, experiments using strain gauges for strain distribution and temperature measurement of the joints were carried out to confirm the validity of the analytical results. As a numerical result, it was suggested that disturbance of stress distribution and significant deformation occurred at the lap part of dissimilar joint. It was also indicated that the stress concentrations at the edges increased when dissimilar joint employed.

(Keywords: Adhesion, Wavy-lap Joint, FEM, Thermal Stress)

1. 緒言

近年、自動車や航空機などの輸送用機器の運動性能や環境性能の向上が盛んであり、軽量化を目的としたアルミニウム合金やチタン合金などの非鉄金属材料および炭素繊維強化プラスチックの導入が積極的に検討されている。特に、自動車のボディはマルチマテリアル化¹⁾が進んでおり、多種多様の材料を組み合わせることで構造体とする際に、異種材料接合が必須となる。一般的な機械的接合方法としてねじ締結や溶接が挙げられるが、異種材料の接合が可能な接着接合技術が注目されている。このような背景から本研究室では、接着接合強度の向上を目的に、優れた力学状態となる接合部形状を模索している。なかでも、接合面が曲面と直線から成る“波型重ね合わせ接着継手”は一般的な継手形態である単純重ね合わせ接着継手よりも顕著な強度の向上が確認されている²⁻⁴⁾。

接着接合を導入するには従来の機械的接合方法と同じく、様々な環境下での使用を考慮する必要がある。その一つとして低・高温環境下が想定される。温度環境下における接着接合関連の研究⁵⁾は以前から数多くなされているが、“波型重ね合わせ接着継手”に対する研究は見当たらない。そこで、そのための準備として本研究室では、昨年度

に単純重ね合わせ接着継手が温度負荷を受ける場合の力学特性を調査した⁶⁾。

本研究では波型重ね合わせ接着継手を対象とし、温度負荷時における接合部の応力および変形状態を熱応力解析により調査することを目的とし、その妥当性をひずみ・温度分布測定実験によって検証する。被着体がステンレス鋼 SUS304 およびアルミニウム合金 A6063 で構成される同種および異種の波型重ね合わせ接着継手を設定し、被着体材料の組み合わせが継手の力学状態に及ぼす影響を検討する。

2. 実験方法

2.1. 継手形状とその構成材料

波型重ね合わせ接着継手の主要寸法は重ね合わせ長さ 25[mm]、接着層厚さ 0.1[mm]、試験片の幅 25[mm]、板厚 3[mm]である。継手構成材料は被着体にステンレス鋼 SUS304 およびアルミニウム合金 A6063 (以後、SUS304, A6063 とそれぞれ記す)を使用し、被着体が同種および異種の場合を解析・実験することで、線膨張係数による変形量の差異が応力および変形状態に及ぼす影響を調査する。また、継手の接合にはスリーボンド製一液性エポキシ配合樹脂 TB2222P を使用する。Fig.1 に解析

* 機械工学科 ** 機械工学科卒業生 (現, 長岡技術科学大学在学) *** 東京高専名誉教授

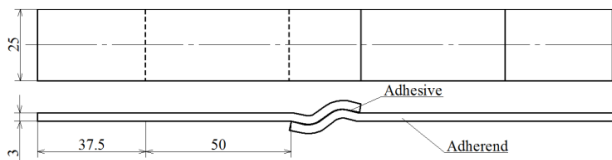


Fig.1 Dimension and geometry of joint specimen

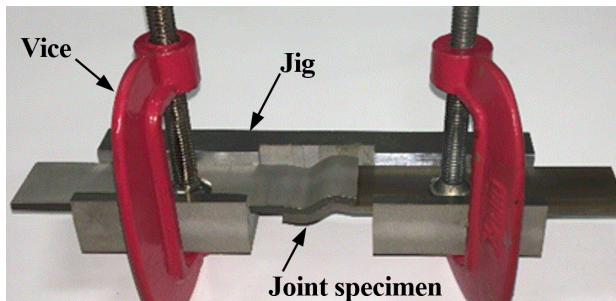
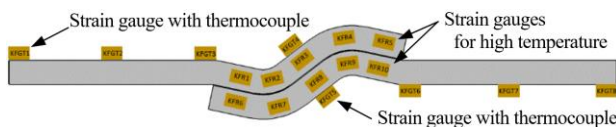
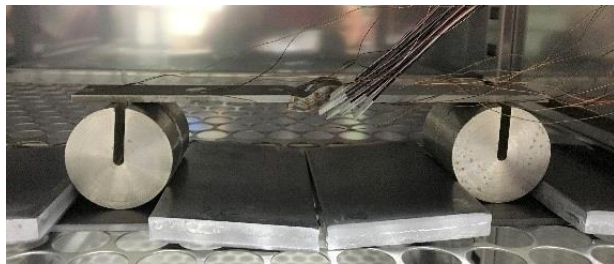


Fig.2 Fabrication of joint specimen



(a) Schematically illustration of each glued strain gauge



(b) Actual situation of strain measurement experiment

Fig.3 Apparatus for measuring of heat strain

および実験に用いる本継手の形状および寸法を示す。なお、継手名称は“下側被着体材料名/上側被着体材料名 joint”として“SUS304/A6063 joint”のように呼称する。

2.2. 接着継手試験片の製作

まず、被着体接合面をサンドペーパー(#80, 100)により研磨しつつ、算術平均粗さ Ra を小形表面粗さ測定器(ミットヨ製サーフテスト SJ-210)で測定し、 $2.0 \pm 0.3 [\mu m]$ に収まることを確認する。次いで、超音波洗浄器にて 10 分間の超音波洗浄およびアセトンによる脱脂・洗浄を行い、一液性加熱硬化型エポキシ樹脂(スリーボンド製 TB2222P)を両被着体の接合面に塗布し重ね合わせて接着する。この際に接着層厚さを $0.1 [mm]$ とするために、Fig.2 のように、専用治具と万力を用いて試験片を固定する。最後に、定温乾燥器(ヤマト科学社製

DVS402)により 1 時間加熱することで、接着継手試験片が完成する。

2.3. ひずみ分布測定実験

本実験は継手の熱負荷時のひずみ分布測定を行い、解析結果の妥当性を検証するものである。Fig.3(a)に示すように、接着継手試験片の重ね合わせ部側面に高温用ひずみゲージ(共和電業製 KFR-02-120-C1)を 10 枚、被着体上面および下面に温度センサ付ひずみゲージ(共和電業製 KFGT-2-120-C1)を 8 枚貼付した接着継手試験片を定温乾燥器(ヤマト科学社製 DVS402)内に入れ、任意温度まで上昇させた際のひずみおよび温度をデータロガー(東京測器研究所製 TDS-530)により測定、記録する。Fig.3(b)は熱ひずみ測定の実際の様子である。

3. 解析方法

3.1. 有限要素モデルおよび境界条件

2.1 節で言及した継手を解析対象とし、熱負荷時の力学状態を熱応力解析により調査する。解析ソフトウェアは Femap with NX Nastran ver.11.1.2 を使用し、熱伝導解析と線形静解析を連成させた熱応力解析を実施する。座標系は継手幅方向を z 軸、厚さ方向を y 軸、長手方向を x 軸としている。FEM モデルは六面体要素を用いて作成し、接着層と両被着体との境界は互いの節点を共有し、各領域の要素毎に材料定数を設定することで接着継手をモデル化した。Fig.4 に継手の要素分割の一例を示す。

3.2. 定常熱伝導解析

継手が一般的な雰囲気温度の定温乾燥器内に置かれた状態を想定し、定常熱伝導解析を行う。FEM モデルの表層サーフェスには荷重条件として対流条件を設定し、その熱伝達率は $10 [W/m^2K]$ とした。また、また、初期条件として解析モデルの全節点に $24 [^{\circ}C]$ の温度情報を与えた。Table 1 に本解析に用いた熱的特性値^{7,8)}を示す。

3.3. 熱応力解析

前節の定常熱伝導解析より得られた継手の温度分布を熱的負荷条件とし、これを線形静解析に読み込むことで熱応力解析が可能となる。本解析ではモデルの剛体変位の抑制が必須である。そのため、Fig.5 に示すように、点 1 の節点の完全拘束、点 2 の z 軸方向並進運動および点 3 の y 軸方向並進運動のみの解放、点 4 の z 軸周りの回転運動の

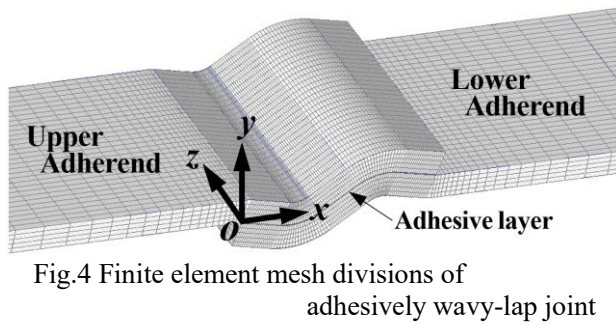


Fig.4 Finite element mesh divisions of adhesively wavy-lap joint

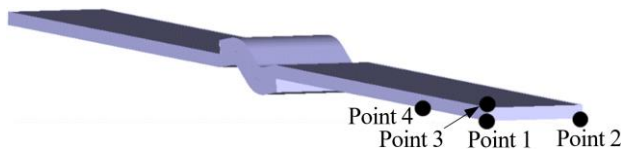


Fig.5 Constraint condition provided for each node

Table 1 Thermal constants for each materials

Material	Temperature $T [^{\circ}\text{C}]$	Coefficient of thermal expansion $\alpha [\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}]$
SUS304	27	17.3
A6063	27	21.8
TB2222P	24	45

Table 2 Elastic constants for each materials

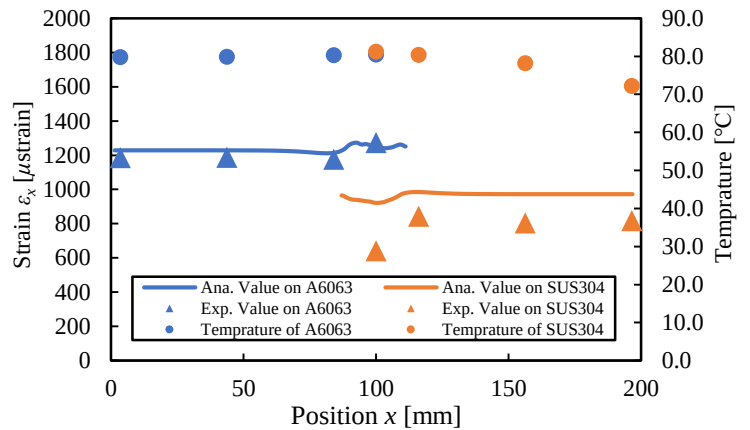
Material	Temperature $T [^{\circ}\text{C}]$	Young's modulus $E [\text{GPa}]$	Poisson's ratio ν
SUS304	24	195.2	0.25
	149	188.3	0.27
A6063	27	68.94	0.33
	93	66.18	
TB2222P	24	9.0	0.39
	100	7.9	

みの拘束, という境界条件をそれぞれ付与した。これらの拘束条件は継手の変形が妨げられないように留意している。また, 本解析では Table 2 に示す材料特性値⁸⁻¹⁰⁾を用いた。なお, 一液性加熱硬化型エポキシ樹脂 TB2222P の縦弾性係数は動的粘弾性測定結果⁸⁾の貯蔵弾性率から読み取った値を用いている。

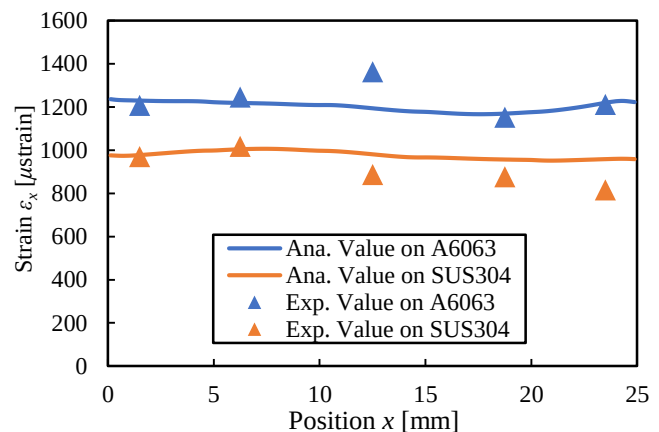
4. 結果および考察

4.1. ひずみ分布測定実験と解析結果との比較

Fig.6(a)は雰囲気温度 $80[^{\circ}\text{C}]$ における両被着体のひずみおよび温度分布を示す。対象とする継手は SUS304/A6063 joint である。ここで, 測定値のプロットは継手試験片 3 本に対し各 3 回測定した結果の算術平均値である。この図によると, ひずみ値は A6063 側被着体の方が大きく生じている。また, 左右の被着体のひずみ分布は重ね合わせ部



(a) Strain and temperature on adherend



(b) Strain on side of lap part

Fig.6 Comparison of strain distribution between analytical result and experimental one

($x=0\sim5$)以外の領域ではほぼ横這いであるが, 重ね合わせ部ではひずみ値の増減が見られる。ひずみ測定と同時に熱電対による温度測定を実施した。その結果が○プロットであるが, 定温乾燥器内の雰囲気温度 $80[^{\circ}\text{C}]$ に対し, 継手表面温度がほぼ $80[^{\circ}\text{C}]$ になっていることが確認できる。

Fig.6(b)は重ね合わせ部側面の接着層付近のひずみ分布である。 Δ プロットがひずみの測定値を, 実線が解析ひずみをそれぞれ示すが, 測定値のプロットは継手試験片 3 本に対し各 3 回測定した結果の算術平均値である。この図から, 重ね合わせ部においても A6063 側のひずみの方が大きい値を生じていることがわかる。

4.2. 継手の応力および変形状態

Fig.7(a)は被着体が同種材料で構成される SUS304/SUS304 joint に雰囲気温度 $80[^{\circ}\text{C}]$ の熱的負荷を与えた場合のミーゼス応力 σ_m と変形のコンター表示である。紫色が低応力領域で最小 $0[\text{MPa}]$,

赤色が高応力領域で最大 2[MPa]を意味する。変形は実変形量の 50 倍の拡大表示である。両被着体のほぼ全域で応力は生じていないが、重ね合わせ部では応力変動が顕著となっている。特に、接着層近傍で最大応力値を示している。継手の変形は僅かであり、この図からは確認できない。

Fig.7(b)は被着体が SUS304 および A6063 から成る SUS304/A6063 joint の雰囲気温度 80[°C]におけるミーゼス応力 σ_m と変形のコンター表示である。この図では、紫色が低応力領域で最小 0[MPa], 赤色が高応力領域で最大 15[MPa]を示す。変形は実変形量の 50 倍である。前述の SUS304/SUS304 joint に比べて、重ね合わせ部下面にも高応力領域(赤色)が見られ、応力状態が極めて異なることがわかる。また、継手全体の形状は重ね合わせ部を中心に湾曲し、上に凸の変形状態となっている。SUS304/A6063 joint では両被着体の線膨張係数差により変形量に差異が生じるため、これが他方の被着体の変位を拘束することになり、結果として熱応力が生じやすい状態になると考えられる。

Fig.8 は Fig.7 のコンター表示の重ね合わせ部付近を横から眺めたものである。色合いで示された応力レベルは Fig.7 と同様である。Fig.8(a)は被着体が同種材料の場合である SUS304/SUS304 joint, Fig.8 (b)は被着体が異種材料の SUS304/A6063 joint の場合である。SUS304/SUS304 joint では、比較的規則性のある応力分布となっている。対して SUS304/A6063 joint では応力分布に極端な偏りが見られる。特に SUS304 側被着体の曲面部分に応力集中を確認できる。また、上下被着体が異種材料であるため、温度負荷により大きく変形し、継手全体が大きく湾曲している。この変形状態は上下被着体の線膨張係数差に起因する変形量の大小が関係していると考えられる。SUS304/SUS304 joint では両被着体が同種材料であるため、雰囲気温度が一樣であれば被着体の変形はいずれも同一になる。そのため継手全体の変形としては、初期状態とさほど差異を生じないと推察される。一方、SUS304/A6063 joint では両被着体において、同じ温度負荷に対する変形量に差異が生じるため、顕著な応力分布の偏りを生じるものと考えられる。

4.3. 接着層の応力分布

Fig.9 は雰囲気温度 80°Cにおける接着層中央の応力分布である。Fig.9(a)は接着層各要素に対する法線方向の垂直応力 σ_y , Fig.9 (b)は接着層各要素

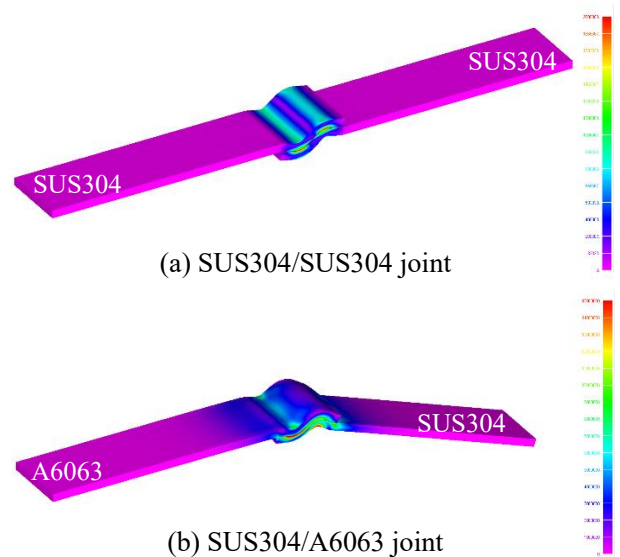


Fig.7 Contour indication of Mises stress σ_m and deformation for whole joint

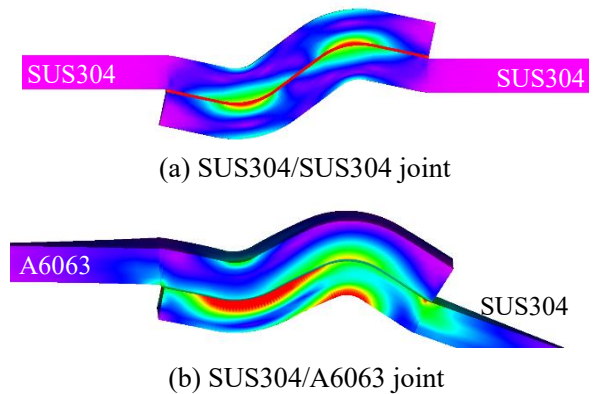


Fig.8 Contour indication from side view of Mises stress σ_m and deformation at bonded part

の接線方向のせん断応力 τ_{xy} をそれぞれ示している。縦軸は応力[MPa], 横軸には重ね合わせ部の位置 x [mm]を採っている。

Fig.9(a)によると、SUS304/SUS304 joint の垂直応力 σ_y 分布は、接着層両端部以外ではほぼ一樣な分布になっていることが確認できる。対する SUS304/A6063 joint では不均一分布であり、特に接着層端部や曲面部分で大きな応力が生じている。この垂直応力 σ_y 分布に着目し、先行研究の単純重ね合わせ接着継手 (SUS304/A6063 joint) の熱応力解析結果⁹⁾と比較すると、先行研究では $x=0$ [mm]側の接着層端部近傍で最大圧縮応力を生じ、接着層全体で圧縮応力が支配的であるが、本研究の場合では引張および圧縮の複合的な応力状態となっており、その差は歴然である。

Fig.9 (b)のせん断応力 τ_{xy} 分布は、垂直応力 σ_y 分布と同様に、SUS304/SUS304 joint では応力変動が

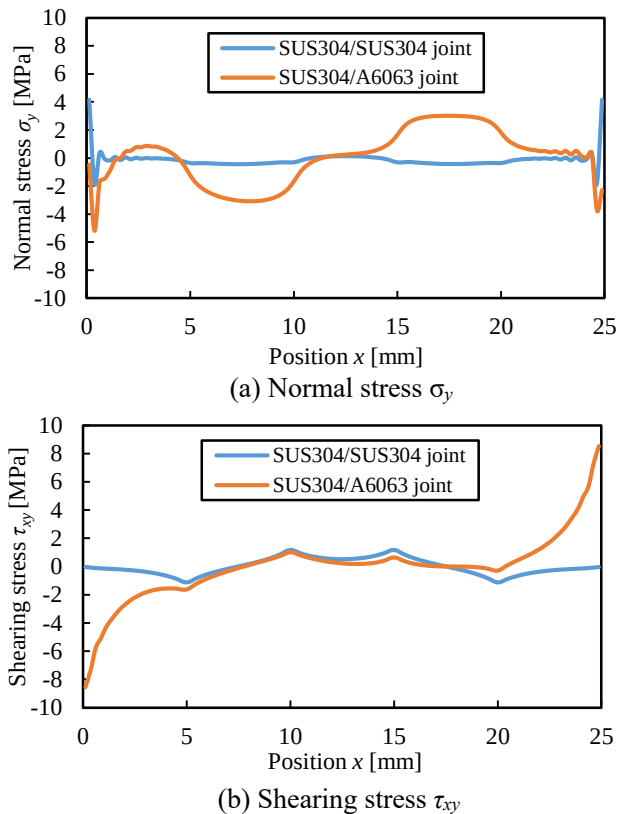


Fig.9 Stress distribution at the adhesive layer of each joint

小さいが, SUS304/A6063 joint では接着層中心部を境にした点対称分布, かつ, 接着層端部に近づくほど応力が指数関数的に増加する様相を呈している。先行研究⁶⁾の SUS304/A6063 joint のせん断応力 τ_{xy} 分布では, 接着層端部に近づくにつれ線形的に増加しており, 両者のせん断応力 τ_{xy} 分布には若干の差異が見られるが, いずれの場合も厳しい応力状態にあると言える。

以上より, 波型重ね合わせ接着継手が温度負荷を受ける場合, 先行研究⁶⁾の単純重ね合わせ接着継手同様に被着体が異種材料の組み合わせは力学的に好ましいとは言えず, 実用上は, 両被着体間の材料特性値の差を小さくして使用するべきと考えられる。

5. 結言

本研究では, 波型重ね合わせ接着継手の温度負荷時における力学特性を熱応力解析により調査するとともに, 被着体材料(SUS304 および A6063)の組み合わせが継手の応力および変形状態に及ぼす影響を検討した。得られた知見を以下に示す。

- (1) 被着体が異種材料の場合, 重ね合わせ部と接着層の応力分布および継手の変形は顕著な変動を示すことが示唆された。

- (2) 波型重ね合わせ接着継手が温度負荷を受ける場合, 被着体を異種材料の組み合わせにすると接着層の応力状態が厳しくなるため, 実用上は, 両被着体間の材料特性値の差を小さくすることが望まれる。
- (3) ひずみ分布に関する実験結果と解析結果との比較から, 本解析手法の妥当性を確認した。

謝辞

試験片製作に御協力いただいたものづくり教育センター第一グループ各位に, ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 日刊工業新聞社, 工業材料 特集 自動車の軽量化とマルチマテリアル技術の進展, No.12, Vol.65, 2017 年 12 月.
- 2) 前川ら: 重ね合わせ接着継手の継手形状の最適化に関する研究, 日本機械学会関東支部第 18 期総会講演会講演論文集, pp.575-576, 2012 年 3 月.
- 3) 志村ら: 曲げモーメントを受ける各種重ね合わせ接着継手の強度特性, 日本機械学会関東支部第 19 期総会講演会講演論文集, pp.195-196, 2013 年 3 月.
- 4) 志村ら: 波型重ね合わせ接着継手の圧縮せん断強度特性, 東京工業高等専門学校研究報告書, Vol.48, pp.50-53, 2010 年 3 月.
- 5) 中川ら: 一様温度変化を受けるスカーフ接着継手の熱応力, 日本接着学会誌, Vol.36, No.2, pp.70-76, 2000 年 2 月.
- 6) 池滝ら: 熱負荷を受ける単純重ね合わせ接着継手の力学特性, 日本機械学会関東支部第 23 期総会講演会 CD-ROM 講演論文集, GS0204-02, 2017 年 3 月.
- 7) 日本機械学会: 伝熱工学資料 改訂第 5 版, pp.284-288, 2009 年.
- 8) 株式会社スリーボンド: 技術資料 スリーボンド 2222P 半田耐熱性一液性エポキシ配合樹脂, pp.1-3, 2002 年 9 月.
- 9) 日本規格協会: (新版) 非鉄金属選択のポイント, pp.47, 2002 年 5 月.
- 10) 日本機械学会: 金属材料の弾性係数, pp.99, 1980 年 10 月.

(2018 年 12 月 14 日 受理)

酸化物半導体 SnO_2 ガスセンサの作製と評価

伊藤 浩*

Fabrication and evaluation of oxide semiconductor SnO_2 gas sensor

Hiroshi ITO*

In this study, the oxide semiconductor SnO_2 film fabricated by the reactive sputtering method has been characterized from the process condition of oxygen partial pressure, substrate temperature and oxygen annealing. Remarkable peaks were in X-ray diffraction patterns for the SnO_2 films prepared at higher substrate temperature at 400°C . XPS measurement showed that the as-deposition film and the annealed film was Sn-rich. The surface morphology measurement showed that the film grain size was changing by the oxygen partial pressure and the oxygen annealing. It was found that the composition ratio of the SnO_2 thin films by the oxygen annealed were up to 1.6.

(Keywords: gas sensor, SnO_2 , reactive sputtering, film structure)

1. はじめに

近年, 大気汚染問題の解決のために, 環境モニタリングに様々なセンサが使われ, その数の多さからトリリオンセンサ時代と言われている。そのセンサには, 半導体微細化技術と融合した MEMS センサが主に用いられ, 飛躍的なセンサの小型化と高性能化が促進されたことにある¹⁾。現在では, ガス検出能力の向上に向け多種ガスセンサを一つのチップ上に搭載した集積ガスセンサの研究が進められている²⁾。その中で, 酸化物半導体 SnO_2 は, 安価で高感度に検出できる材料として古くから注目され利用されてきた³⁻⁶⁾。しかし, 現在 SnO_2 作製においては, スプレー法が主で安価に製造されているが, 集積化ガスセンサでは数 μm 寸法での加工が必要となるため, 真空プロセスを用いた作製が必要となる。そこで, 工業化プロセスであり, 安価に薄膜を作製できる反応性スパッタ法が注目されている⁶⁾。一般的にスパッタ膜は柱状構造を持ち, スパッタ条件により大きく物性が変化する。さらに膜構造はガス検出特性に大きく影響を与えることから, プロセス条件との関係性を詳細に調べておく必要がある。しかし, 現在のところ, スパッタ法による SnO_2 膜を詳細に調べた報告はない。

そこで本研究では, 安価で作製が可能な反応性スパッタリング法を用いて SnO_2 膜を作製し, 酸素圧力比, 基板温度の条件をパラメータとして, 結晶性, 光吸収特性, 表面モルフォロジー, 膜組

成を評価した。また, プロセス条件と成長過程の考察から膜物性との関係を検討した。

2. 実験方法

本実験では, SnO_2 薄膜の作製には反応性スパッタリング装置 (芝浦メカトロニクス CFS-4ES) を用いた。反応性ガスの酸素とスパッタガスのアルゴンの圧力比を酸素分圧比 F_o として, 0 から 100% の範囲で成膜を行った。スパッタターゲットには純度 99.99% の Sn (高純度化学製 3inchφ), スパッタ出力は 300W, 全圧力は 0.8 Pa, ベース圧力は 5×10^{-3} Pa 以下とした。成膜時間はすべて 5 分一定とした。基板には透過率測定を行うために, 無アルカリガラス (コーニング イーグル XG) を用いた。 SnO_2 薄膜の結晶化のため成膜中に基板を加熱した。基板温度は R.T. (室温), 300°C , 400°C で作製した。また, 一般的に SnO_2 膜のガスセンサ応用では結晶性の向上及び, 酸化促進ため, 酸素雰囲気中でのアニール処理が行われている。このアニール処理により膜構造や膜組成が変化することから, 本実験においても, 酸素雰囲気中 600°C , 60 分のアニール処理を行った。本条件は先行研究の条件⁷⁾を参考とした。

作製した SnO_2 膜の評価には, X 線回折 (ブルカーエイクス D8 ADVANCE) による結晶性, 分光光度計 (日立計測 U-3400) による光吸収特性, XPS (アルバックファイ X-tool) による膜組成, AFM (日立ハイテクサイエンス AFM5000E) を用

*電気工学科

いた表面モルフォロジーの評価を行った。

3. 実験結果と検討

3-1 SnO_2 成膜特性

図 1 に SnO_2 の成膜時における放電電圧と成膜速度の酸素分圧比 F_o 依存性を示す。この結果から、酸素分圧比の増加とともに緩やかに放電電圧は減少し、70%付近で急峻な減少特性を示す。また、その後は一定となっている。一般的に、反応性スパッタ法の放電電圧特性では、酸素量の増加によってターゲット表面が酸化し、放電電圧が減少する特性を示す。よって、本実験の Sn ターゲットの場合、酸素分圧比が 70%以上で酸化モードとなり、ターゲット Sn が酸化し、 SnO_2 膜が成膜されと考えられる。また、酸化モード遷移付近の放電電圧が非常に急峻であることから、Sn と O との酸化反応性が高いことを意味している。成膜速度の結果では、放電電圧と同様に、酸素分圧比の増加と共に減少傾向にあり、70%付近で急激に減少する。この結果も同様に、Sn ターゲットが酸化することで、金属 Sn よりも硬い SnO_2 のスパッタリング率が低下したためと考えられる。よって、 SnO_2 膜の成膜には、酸素分圧比を 70%以上で作製する必要がある。よって以下の実験では、酸化モード遷移付近で試料を作製し、評価を行うこととした。

3-2 結晶性の評価結果

図 2 に酸素分圧比 70%で基板温度をパラメータとした試料の XRD 評価結果を示す。基板温度が室温 RT では、回折ピークはなく、非晶質である。300℃では、わずかに 27°付近で SnO_2 の(110)面ピークが検出され、微結晶膜となっている。400℃では、(200)面の強い回折ピークを示しているが、300℃で見られた(110)面の回折ピークは無い。このことから、基板温度により SnO_2 の配向面が変化するものと思われる。

図 3 に酸素分圧比 80%の XRD 評価結果を示す。基板温度 RT 及び、300℃の結果では、回折ピークが無く、非晶質膜となっている。400℃の結果では、27°付近、33°付近、38°、51°に複数の回折ピークが見られた。それぞれ、 SnO_2 結晶の(110)、(101)、(200)、(211)面である。この配向面を見ると、結晶配向性を持たないランダムな多結晶膜になっていると考

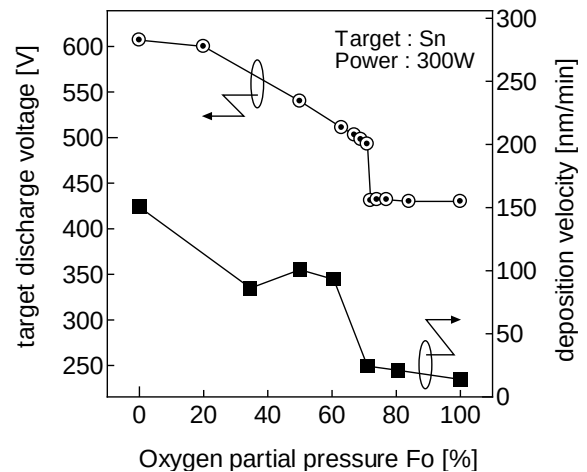


図 1 放電電圧と成膜速度の酸素分圧比依存性

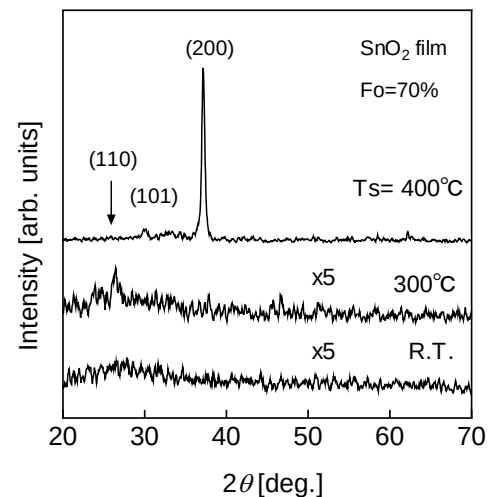


図 2 SnO_2 薄膜の XRD 評価結果 ($F_o=70\%$)

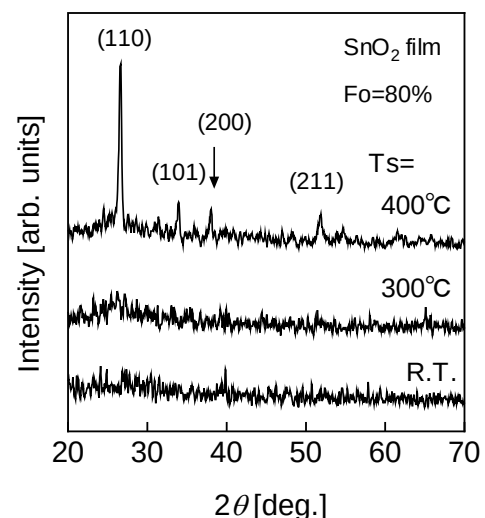
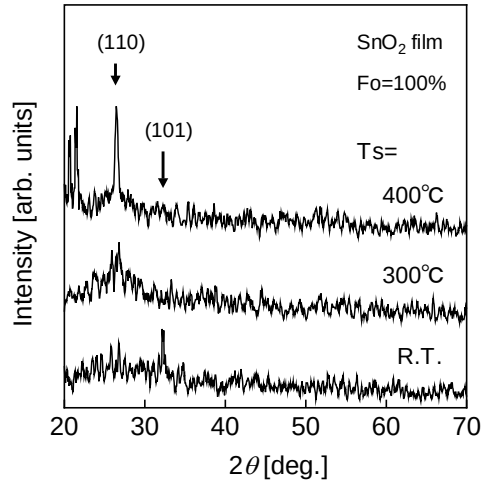


図 3 SnO_2 薄膜の XRD 評価結果 ($F_o=80\%$)


図4 SnO₂ 薄膜の XRD 評価結果 (Fo=100%)

えられる。また、酸素分圧比 70% と比べると、回折ピーク強度は弱く、酸素が多い雰囲気にも関わらず SnO₂ の結晶性が低下している。原因は不明であるが、結晶化と配向性には酸素量が関係することが分かった。

図4に酸素分圧比 100% の XRD 評価結果を示す。基板温度が室温 RT で(101)面の弱い回折ピークが見られ、300°Cの結果では回折ピークが見られず、非晶質膜となっている。さらに、400°Cの結果においても(110)面の回折ピークが見られるものの、酸素分圧比 70%、80% と比べるとさらに回折ピーク強度が低下しており、結晶性は相対的に低くなっていると考えられる。

3-3 光吸収率特性の評価結果

図5に酸素分圧比をパラメータとした光吸収率の測定結果を示す。酸素分圧比 60% では金属性 Sn とが混在した不完全な酸化状態となっていることから、低エネルギー側の 1.8eV に吸収端が見られ、金属性の吸収が影響しているものと考えられる。さらに、酸素量の多い 70% から 100% の試料では酸化モードとなり SnO₂ 膜が形成できているものと考えられるため、3.57eV から 3.8eV と吸収端が大きくなる傾向が確認できる。報告されているバルク結晶 SnO₂ のバンドギャップ (3.57eV) と比べて、ほぼ同等の値を得ている。

図6に酸素分圧比 70% における基板温度をパラメータとした光吸収率の測定結果を示す。基板温度が RT と 300°C では、吸収端は 3.57eV と 3.7eV とバルク結晶 SnO₂ と同等の値であり、わずかに高温上昇に伴いバンドギャップが広がる傾向が見

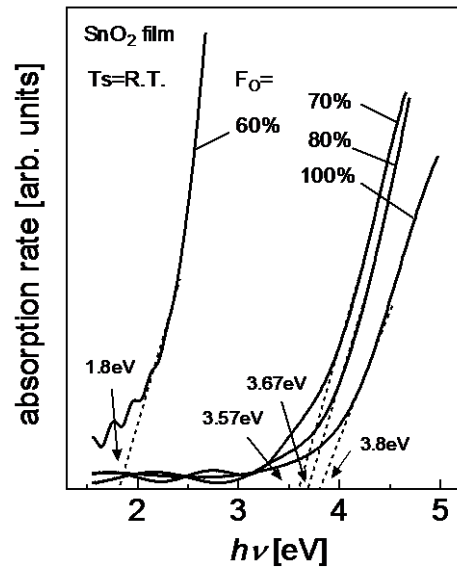


図5 光吸収率の評価結果 (Ts=R.T)

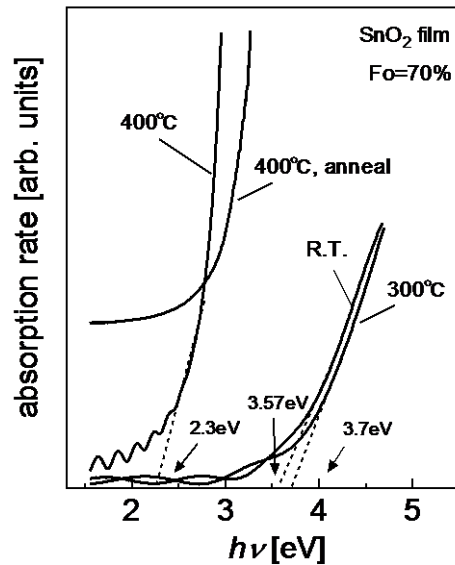


図6 光吸収率の評価結果 (Fo=70%)

られる。しかし、基板温度が 400°C では、図5の酸素分圧比 60% の不完全酸化状態の特性と同様に低エネルギー側に吸収端が変化している。これは酸素分圧比が 70% では、酸化モード遷移領域付近であることから、酸素が十分供給されず、基板の熱による酸素の脱離のため、酸化不足の状態となったものと考えられる。さらに、酸化を促進する酸素アニール後の結果と比較すると、吸収端の変化はあまり見られず、むしろ吸収率が増加する傾向を示した。通常、酸素雰囲気中でのアニールでは酸素との反応により膜は酸化が進行し、吸収率の低い状態になると考えたが、本結果では金属性 Sn

による吸収が増加しているかのようなのである。

3-4 表面モルフォロジーの評価結果

図 7 に酸素分圧比 F_o をパラメータとしたアニール前後の表面モルフォロジーを示す。図 7(a)の酸素分圧比 0% (アルゴン 100%) では、銀白色の金属 Sn 膜となり、膜の粒径も数 μm と大きい。しかし、アニール後では白色に変化し、非常に平坦な膜表面に変化する。図 7(b)の酸素分圧比 60% では、非常に細かい表面形状となっており、粒径は 10nm 程度である。アニール後では先の結果と同様に膜表面は平坦化し、ほぼ粒は確認できない。図 7(c)の酸素分圧比 80% では、粒径は 50nm 程度と 60% と比べると大きく変化している。アニール後の結果では、粒径の大きさはほぼ同じ大きさであるが、粒の高さが増加していることが確認できる。これはアニールによって膜表面の酸化によって、粒が大きくなったものと考えられる。図 7(d)の酸素分圧比 100%の結果では、粒径が 30nm 程度になっており、アニール後では粒径が大きく変化している。これらの結果から、成膜時の酸素分圧比によって、酸素アニール後の膜表面の変化に違いがあることが分かった。不完全酸化状態の 60% の試料で、膜表面が平坦化する原因として、Sn の溶解温度が 231.9°C であることから、不完全酸化状態の膜では金属 Sn が存在し、この Sn がアニール温度 600°C で溶解し、融液状となり 2 次元的に膜が成長したものと推察する。

3-4 組成比の評価結果

図 8 に基板温度 RT で作製した試料の Sn と O の組成比の評価した結果を示す。アニール前の結果では、酸化モード前の 60% までは、組成比 1 付近となり不完全酸化状態であるが、酸素分圧比の増加に伴わずかに増加傾向となっている。また、70% 以上の酸素分圧比では、1.7 とほぼ一定となり、 SnO_2 の化学量論比に近い値を示した。一方、アニール後の試料では、酸素分圧比が 0%~60% の不完全酸化状態の薄膜においても、高い組成比に変化しており、酸素アニールによる SnO 膜の酸化が確認できた。しかも組成比は 70%~100% で作製した試料と同等な値である。逆に、70%~100% の試料の組成比は酸素アニールによってわずかに減少している。

図 9 に基板温度 300°C で作製した試料の組成比

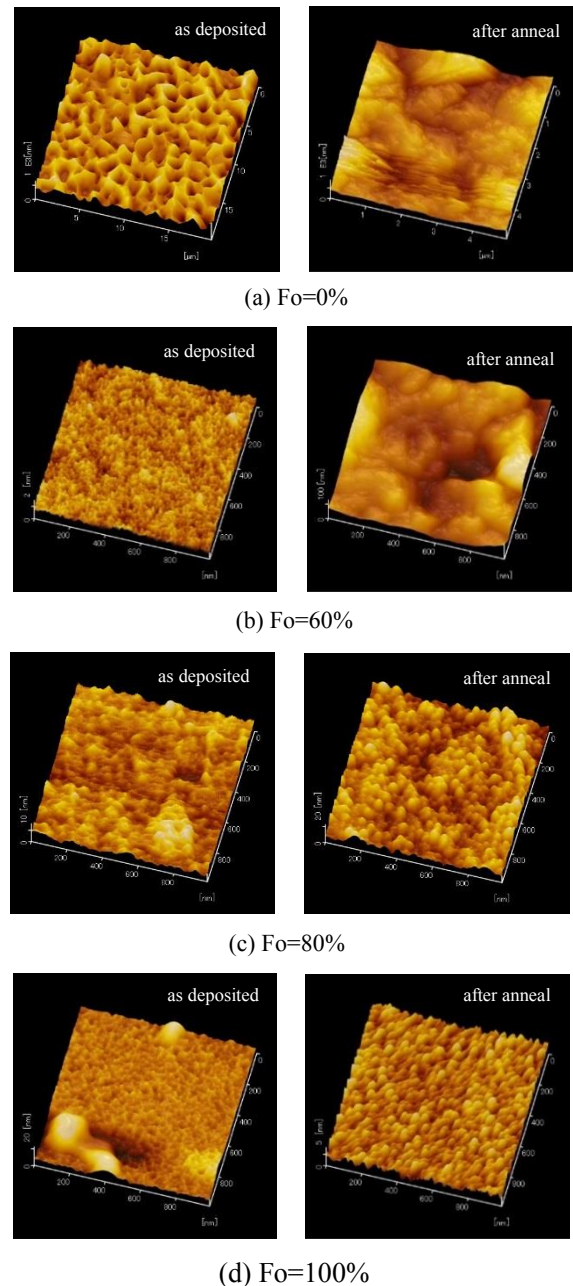


図 7 SnO_2 薄膜の表面モルフォロジー

の結果を示す。組成比は酸素分圧比に依存せず、ほぼ 1.6 程度の値となり、化学量論比に近い状態であることが確認できた。また、アニールによる組成比の変化はほとんど見られない。

図 10 に基板温度 400°C で作製した試料の組成比の結果を示す。酸素分圧比 60~70% の試料では、アニール前の組成比が 1 付近であるのに対し、アニール後では 1.6 程度の組成比を得ている。酸素分圧比 80% 以上の試料では、組成比が 1.6 となっており、アニールによる影響はほぼない。これらの結果から、反応性スパッタリング法で作製した試料は、完全な酸化状態の SnO_2 にならない原因

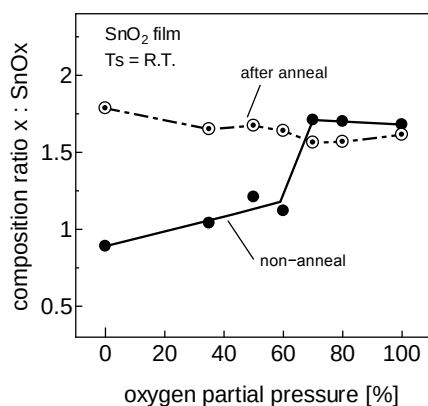


図 8 組成比の評価結果 (Ts=R.T.)

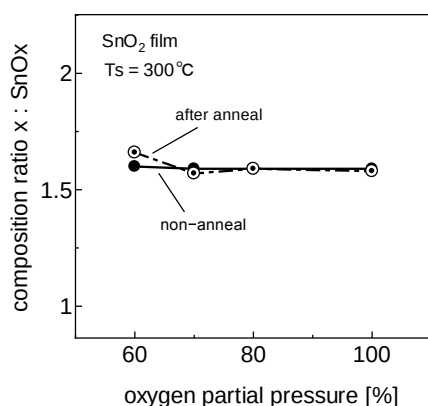


図 9 組成比の評価結果 (Ts=300°C)

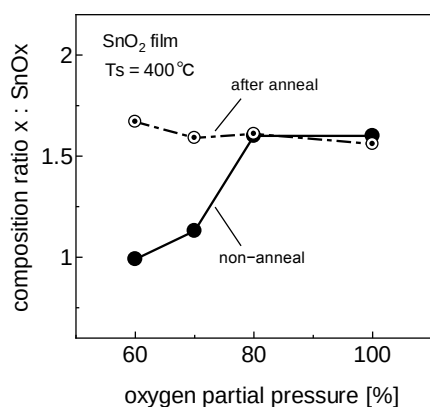


図 10 組成比の評価結果 (Ts=400°C)

として、薄膜表面では酸化が促進されてはいるが、膜内部に酸素が拡散できず、それ以上酸化が促進されないものと考えられる。これは特に基板温度が高い試料で変化が少ないことから、膜の緻密性が影響しているものと推察する。よって、酸化を促進させるためには酸素アニール時間をより長時間行う必要があるものとする。

4. まとめ

本研究では、反応性スパッタリング法により作製した SnO_2 薄膜の結晶性、光吸収率、表面モルフォロジー、組成比を評価し、酸素分圧比と基板温度との関係と、さらに酸素アニールによる効果を検討した。その結果、基板温度 400°C では SnO_2 の結晶化が進み、(200)面と(110)面に配向する傾向にあることが分かった。また、すべての条件で作製した試料において、酸素アニールを施すと組成比は約 1.6 程度と酸化が促進され、同等な組成比となることが分かった。しかし、化学量論比に対しては低い値であり、膜中の酸化が促進しづらいものと考えられた。

以上の結果から、反応性スパッタリング法で作製した SnO_2 膜のガスセンサ応用には、結晶性の向上と、酸化促進が必要である。そのため、スパッタ電力や成膜圧力、アニール温度などのより詳細な条件を調べ、検討していく必要があると思われる。

参考文献

- 1) 鈴木卓弥, 相馬伸一, 長瀬徳美: “コードレス都市ガス警報器用メタンセンサ” 富士時報, Vol.84, No.4, pp.52-55 (2011)
- 2) 村山英久, 小倉剛, 原和裕: “シリコン基板上に製作された集積化ガスセンサ” 電気学会論文誌, Vol.118-E, No.12, pp.602-607 (1998)
- 3) T. Seiyama, A. Kato, K. Fujiishi and M. Nagatani: “A New Detector for Gaseous Components Using Semiconductive Thin Films” Anal. Chem. 34, pp.1502-1503 (1962)
- 4) Takashi Oyabu: “Sensing characteristics of SnO_2 thin film gas sensor” J. Appl. Phys. 53(4) (1982)
- 5) 山添 昇, 武藤行弘, 清山哲郎: “酸化スズ系ガスセンサにおけるアルコールの無害化” 日本表面科学会, 第 5 巻, pp.241-247 (1984)
- 6) 上村 喜一, 伊藤浩伸, 伊藤 慎, 田原徳夫: “スパッタリング法による SnO_2 薄膜の生成” 電気学会論文集 A, Vol.116, No.4, pp.334-337 (1996)

(2018年12月14日 受理)

リアルタイムビッグデータのためのモバイル VPN マルチホップネットワークの一検討

田中 晶*, 澁田 叡知**, 中新井田 覚志**, 河野 雅*, 川向 凜*,
杉本 新*, 橘 直輝*, 東宇 辰朗*, 真下 稔央*, 橋爪 嘉輔*

A study on mobile VPN multihop networks for real-time big data

Akira TANAKA*, Akitomo SHIBUTA**, Satoshi NAKANIIDA**,
Masaki KAWANO*, Rin KAWAMUKAI*, Arata SUGIMOTO*,
Naoki TACHIBANA*, Tatsuro TOU*, Toshichika MASHIMO*,
Yoshisuke HASHIZUME*

Various kinds of mass environmental and social information are open to the public. However, most of them are “static big data”, that is, “big data” are useually provided in the form of previously gathered and statistically processed large amount of data. On the other hand, real-time sensing data including environmental information, logistic information, vehicle and person’s location, scientific observations, etc. are generated all over the country. We are researching a meshed big data system that can gather and analytically process in real-time these sensing data so as to provide basic information for production activities, commercial or consuming activities, disaster prevention, science technology, and so on. We information communication laboratory (Tanaka lab.) use our developed mobile multihop mesh networks with heterogeneous virtual private network (VPN) for this real-time bid data system. Multihop linked group drones can extend coverage of the mobile mesh network with optimal radio utilization, all sensing or user terminals can interactively broadcast the sensed data or emergency commands with each other, secure mobile multimedia data-bases are implemented in the mesh networks, and huge sized processor on distributed reconfigurable devices (FPGA) can process continuously generated observed data. We discuss some element technologies of the mesh network for real-time big data based on our developed perceptual IoT system.

(Keywords: heterogeneous mesh network, mobile multihop communications, big data, distributed processing, group drone control, broadcast, FPGA)

1. はじめに

1.1 メッシュネットワークとビッグデータ

ここ数年来、ビッグデータの利用が多くの分野で注目されており、公共利用のみならず様々な製品需要の基礎データ等としても応用対象が広がりつつある。環境保全や防災の観点からは、広く配置されたセンサの情報をリアルタイムに収集・解析して現在の状況の把握や今後の対策に用いるケースも主要な利用目的の一つである。即ち、地域的にある程度広く、数多くのリアルタイム収集ポイントが設けられ、さらにデータ収集間隔も比較的

短いセンサデータ送信と、これらデータを遅延なく解析センターに送って結果を必要とするサイトへ送信する、リアルタイム形態のビッグデータシステムが必要となる。これまでのところビッグデータ処理は適用領域や利用主体個別が独立・専用の形態で構築されている場合が多く、また、すでに収集済みの統計データをいかに加工するかが主課題であって、収集時点からのリアルタイム性や短期間の時系列に伴う変化に対する解析はあまり対象となっていない。当然、データ収集とデータ利用者の間のインタラクティブな処理も対象とさ

れていない。

本稿では、ローカルな範囲でのデータ収集ではあるが、ビッグデータ処理機能が事象発生時刻と同時にデータを収集し、センシング側とデータ処理側の相互制御機能を有し、短期間の時系列に対しても所望の解析ができるビッグデータセンシングネットワーク¹⁾について、情報通信研究室(田中研)で設計してきたマルチホップメッシュネットワーク^{1・9)}(Fig.1)をベースとした構造と処理を述べる。

1.2 ローカルメッシュネットワーク

当研究室では、これまでに Android 端末、マイコン (PIC, Arduino, Raspberry Pi), Field Programmable Gate-array (FPGA)などを端末とし、自律的に選択される様々な通信媒体を用いてこれら端末を接続するヘテロジニアスマルチホップネットワークを設計してきた^{1・9)}。特に、普段でも多くの人が持ち歩くスマートフォン等の携帯端末は、それ自体が様々なセンシング機能を有しているため、データ収集に適した情報収集装置として機能を発揮するようにネットワーク構造を改良し、多数のヘテロジニアスマルチホップネットワークを高速伝送システムで結合すれば、広域を対象としたリアルタイムビッグデータシステムとなり得る。ヘテロジニアスマルチホップネットワークはメッシュ構造を含めた多様なトポロジーが可能のため日常空間を隙間なくセンシングでき、それ自体は小規模なローカルメッシュネットワークであっても網羅的な情報収集と解析結果の伝達ペリフェラルとして機能する。

2章では、空間的にはローカルメッシュを形成するドローン制御メッシュネットワークについて、3章では災害時等の一斉通知にも利用可能な同報システムについて、4章ではデータベースシステムについて、5章ではセンサデータ転送に適したVPN及びデータ解析に用いる大規模分散演算システムの初期形状について、さらに、小規模データが多数発生し送受されるシステムを適切に運用する手法必要な分析の試みについても述べ、6章ではまとめと今後の展望等に触れる。

2. 群ドローン制御ヘテロジニアスマルチホップネットワーク

2.1 低遅延多機能型の群ドローン制御システム

H28年度時点で、低遅延のマルチホップ通信システムを設計して群ドローン制御に適用し、自動追尾群ドローンを作製した^{8,9)}。そこで今後様々な用途に向け使用できるように通信処理を改良して再実装と機能追加を行った¹⁰⁾(Fig.2)。

ここでは多用途化に向けた主な追加機能のうち、まず通信媒体のヘテロジニアス化を述べる。群ドローン制御向けのマルチホップシステムは通信処理とマルチホップ経路制御処理からなるが、これらを独立モジュールとして設計しなおし、通信処理プログラムに変更を加えることなく、様々な通信方式を適用できるようにした。具体的には、現在普及している近距離通信はWiFiとBluetoothであり、どちらの方式でも制御可能となった。

次に、送信信号を拡張した。ドローン制御に適用しているマルチホップ通信はドローン制御用に

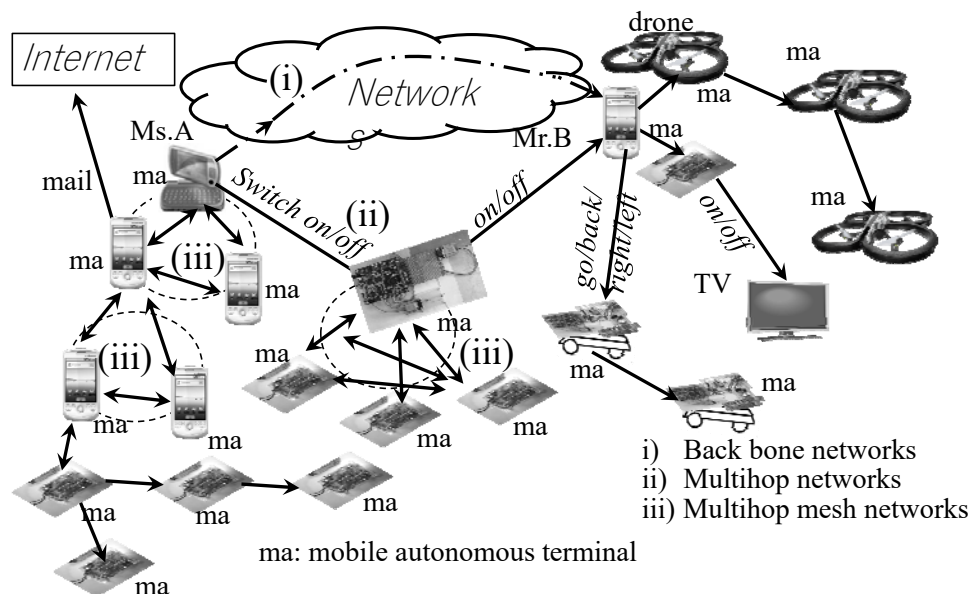


Fig. 1 Locally exploitable multihop networks

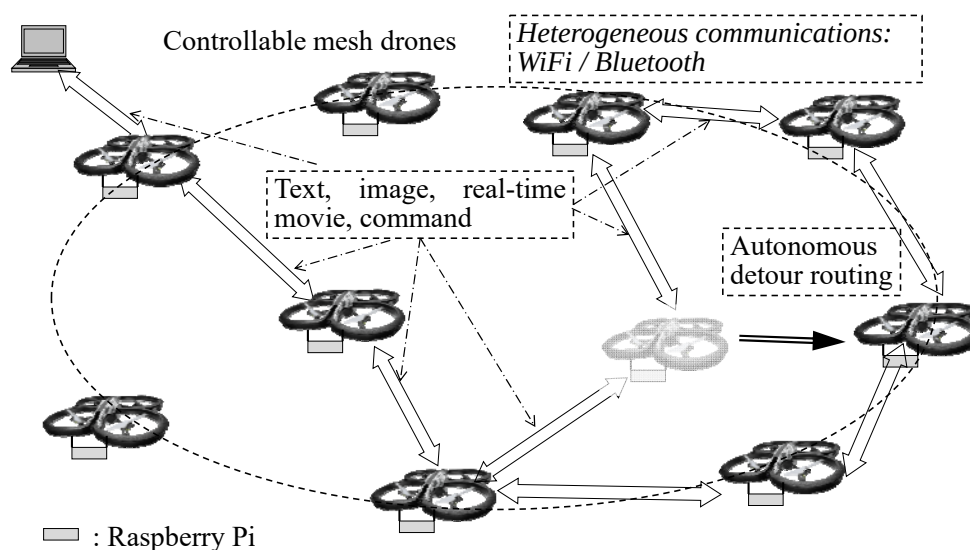


Fig. 2 Group drone control multihop mesh networks

マイコン (Raspberry Pi 3) に実装したものであり, ドローンの制御信号のみを送信するようになっていた。利用目的の多様化ため, 中継機のプログラムが様々な形式のデータを送受信できるように変更し, ドローンの制御信号以外にも, 文章や画像, 動画ファイル, リアルタイム映像なども送受信可能になった。また, 制御信号や通信方式が異なる複数機種のドローンについても同時に制御できる。

さらにルーティング機能の改良も行った。接続先をあらかじめ設定しておいた優先度に基づいて選択する機能を実装したことで, 接続先の端末との通信が途絶えた際に, 優先度に基づいて他の端末を探して自動で再接続させるなどの経路制御 (通信経路と群ドローン列の再構成) が可能になっている。後続ドローン経由で送られる先頭ドローンが撮影した映像をリアルタイムに用いてオペレータが接続ドローンを制御するため, 将来的には広大な範囲での調査端末としての活躍が期待できる。ただし, 中継によるタイムラグが生じるのでその評価を制御に反映し, さらに衝突回避にはオペレータによらない準自動化も必要となり実装を検討している¹¹⁾。

2.2 自律探索型のドローン追尾システム

マルチホップで接続した群ドローンは災害時などの使用を想定しているため, 入手しやすい市販のドローンを用い, 汎用の小型マイコン (Raspberry pi 3) と乾電池電池を群ドローンに搭載するだけで, Wi-Fi マルチホップ通信を使って多数のドローンを接続制御可能にした。GPS 等

付加的なセンサは全く不要であり, 先頭ドローンの映像を見ながら先頭ドローンだけを操作すると後続ドローンがマルチホップ通信を行いながら自動追尾する。この仕組みを使って次々ドローンを繰り出すことで理論的には無限の距離までドローンを到達することができる。即ち, 瓦礫の中, 倒壊した建物, 森林や既存の通信が不可能な地域 (基地局などが倒壊した地域) 等, どのようなところへも通信が可能になる。

従来のマルチホップ通信を用いた群ドローン制御ではすべてのドローンが一斉に離陸し (或いはあらかじめ決めた遅れをもって離陸する), 飛行し始める。この方法では最初から1つ1つのドローンを離して設置する, あるいは, 一定の距離を保って飛行させる必要があり, 柔軟な制御ができなかった。また, 新しくドローンを追加するためには, 一度すべてのドローンの動作を停止させる必要が生じる。

Fig.3 に示す本システム¹²⁾では, 先頭ドローンが離陸し端末操縦者との距離が一定値を超え離れると, 自動で中継ドローンが離陸し先頭ドローンに追従する。ドローンに搭載している通信中継ユニット (Raspberry pi 3) の受信電波強度を検出し, 前方ドローンとの距離が無線到達限界範囲近くまで離れると後続ドローンが離陸する。さらに, 前方ドローンの位置が後続ドローンで認識できなくなると後続ドローンは自律的に探索をして追尾が継続できる。これにより, 狭い場所で離陸させることができ, 次々と新しいドローンを追加して接続ドローン数を増やしことができ, 飛行距離,

即ち通信可能距離を延伸し、また、直接電波が届かず人が入り込めないエリアの隅々まで情報伝達と状況収集が可能になる。

3. 防災用・災害時同報システムへの応用

災害時等では携帯電話網もインターネットも利用困難となるが、このような環境下でも緊急情報を一斉に伝達できるシステムを UHF (429MHz) 帯特定小電力無線を用いて開発している。災害時等にはだれでもが普段持ち歩いているスマートフォンを用いたマルチホップシステムによる同報^{5・9)}が最も望ましい。一方で近年のマイコンの低価格化によりマイコンベースで同報端末を設計し災害時に上空から災害地域に投下配布してその場にいる被災者へ緊急情報を同報する方法も現実性が高く、そこで、Android 端末をベースにマルチホップ同報システムを設計した。避難者の移動とともに端末が移動しても、接続対象が頻繁に増減を繰り返すような場合でも 1 ホップで最大数 km 程度まで到達する特定小電力無線機マルチホップによる情報伝達が可能である。経路制御プロトコル、Android や PC の入力フォームやコマンド制御処理は独自方式で新たに開発した¹³⁾。中継器や発信者を固定せず幅広い範囲で特小無線間のルートを使用できる。

Android や PC と接続するときは無線機の USB ポートとを接続する。USB 接続の際は Android、PC からの給電のほか、バッテリーでも駆動するので、人がカバンに入れながらの持ち運びや、自転車や自動車などに搭載することも容易である。

移動体では、膨大な数のメッセージ経路を最短ホップ数になるように構成し、送信前から経路を

Wireless multihop connected drones can automatically follow the lead drone everywhere

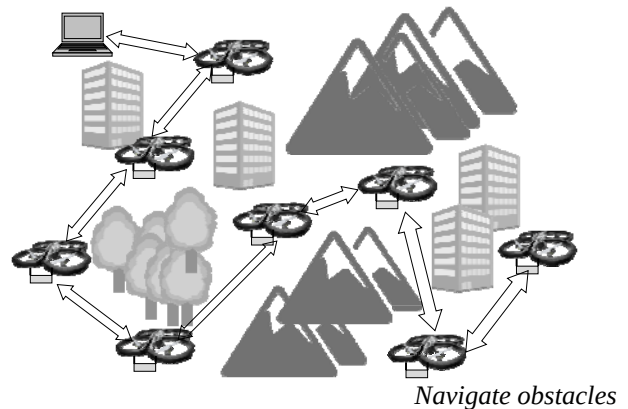
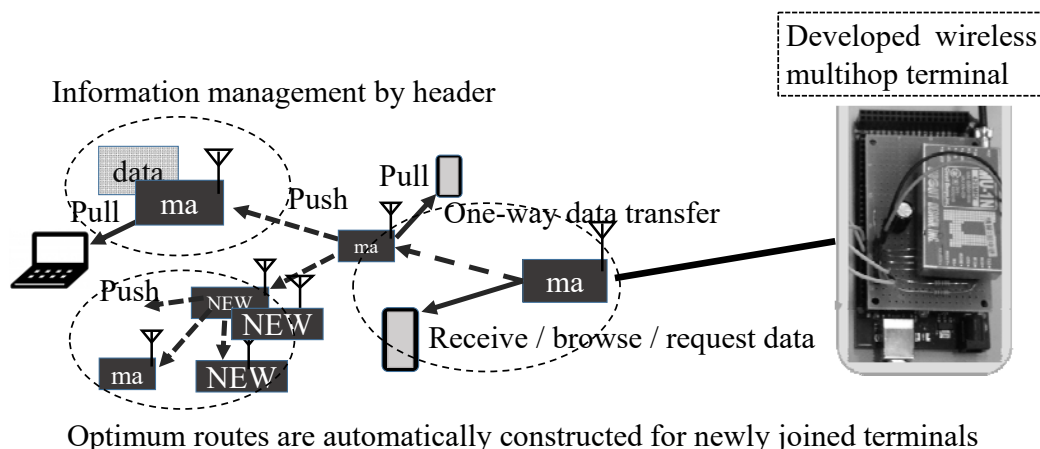


Fig. 3 Front drone searching system for group drone control

保持し続ける（プロアクティブ型の）経路決定方法は非効率的だと考え、Fig.4 のようなプッシュ・プル型の通信方法をとる。データを送信するときは、送信する直前にルートを生成しなおすもので、特小無線機以外の Android や PC などで情報の閲覧・検索したいときは発信元端末に情報を要求する。同報のため、受信端末からの経路を各端末で記録しながら生成されたルーティングテーブルが概ね最適となり、全避難者に緊急情報を送信しても輻輳や遅延が抑制できる。

4. マルチホップ環境によるモバイルデータベースシステム

マルチホップ環境でのデータベースシステム⁴⁾をより利用しやすい形にする設計 (Fig.5) も進めてきた。収集データはセンサー値類だけでなく、



ma: mobile autonomous terminal = Arduino controlled UHF module
NEW: newly joined ma

Fig. 4 Broadcast wireless multihop system for disaster prevention

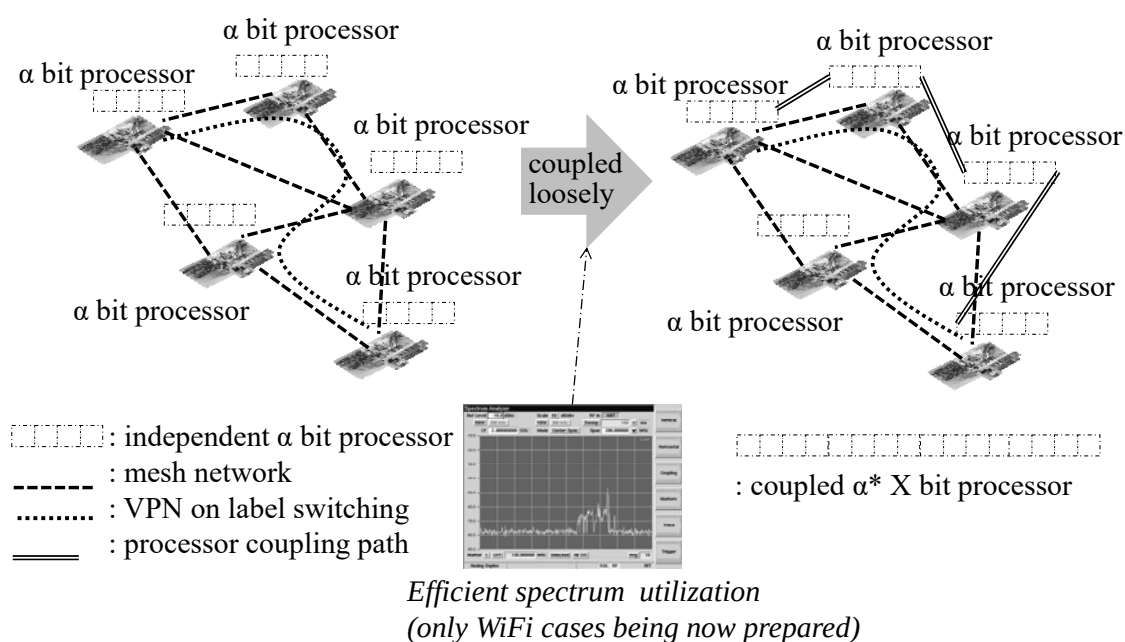


Fig. 6 Very large size processor for big data analysis with efficient VPN on label switching

また、ビッグデータとなり得る規模のセンサデータを広域から収集するが、その数も種類も多く常に専用の処理装置を備え維持管理しつつ利用に供することは困難である。そこでマルチホップ転送装置そのものを小規模な演算機としメッシュネットワークを介して需要に即した大規模演算機能を提供する¹⁷⁾。中継端末に用いている再構成可能デバイス (Filed Programmable Tate-array: FPGA) に簡易な演算装置を用意しこれらを結合して超大型サイズ演算装置として機能させ膨大で多種のセンサデータの統計処理を行う (Fig.6)。ラベルスイッチングでルーティングするメッシュネットワークがすでに設計済みであり、端末に障害が発生しても自動的に迂回ルートが設定され中断なく通信が続けられるようになっているため、常に大規模な計算が継続できる。さらに演算対象データ範囲に即した接続をするためどの端末からもルートができるように改良する¹⁸⁾。FPGA 端末のためレジスタや様々な演算機が容易に実装できるので目的に応じた効率的な大規模演算装置が形成される。

一方で、一つ一つは小規模ではあるが膨大な数と種類のデータが無線を通して送受信され、ドローン等の多数の移動端末制御も同一無線アーキテクチャを用いて行うため、十分な電波使用効率化が望まれる。全端末からのスペクトル分布と変動を解析しできる限り競合を避けたヘテロジニアスマルチホップ通信環境の整備も並行して行う¹⁸⁾。全端末が互いに通信可能なメッシュネットワークのため大規模な桁のデータ収集も計算結果配信も確

実である。一例である Fig.6 では FPGA 端末内の α bit 加算器を X 個連結して $\alpha * X$ bit の計算が可能となる。遅延が大きい桁数だけを考えれば全ての端末利用者がほぼ無限桁の計算が行え、いたるところで発生する多量のセンサデータを準リアルタイムに演算処理したビッグデータの提供が可能となる。

6 むすび

著者研究室で設計されたメッシュ化されたヘテロジニアスマルチホップネットワークに基づき、リアルタイム超大規模ビッグデータ処理システムの提案と設計について報告した。マルチホップ制御される自律群ドローンによりいたるところまで通信が行き届き、多数端末から／多数端末への一斉通信による同報や基礎データ収集が可能で、モバイルデータベースによる随時の効率的なデータ処理が行え、VPN 接続された FPGA 通信端末を分散演算装置として合成した大規模な計算環境¹⁹⁾が効率的な電波利用に基づいて提供される。要素技術の動作確認を進め、プロトタイプによる実証を行う予定である。

謝辞

本研究の一部は、東京工業高等専門学校の平成 30 年度重点配分経費により行われた。

参考文献

- 1) 田中晶, 丸山充, 漆谷重雄, “小規模無線メッシュネットワークと VPN による perceptual IoT 設

計の一検討,” 信学技報, Vol. 117, No. 459, NS2017-232, pp.363-368, Mar. 2018.

2) A. Tanaka, “Locally exploitable heterogeneous multihop communications applied to cooperative-robots,” Proc. 5th Int'l Conf. on Ubiquitous and Future Networks (ICUFN 2013), No.7A-5, pp.321-326, Da Nang, Vietnam, Jul. 2013.

3) A. Tanaka, “Locally exploitable heterogeneous multihop communications applied to cooperative-robots with awareness,” The Information, Vol.17, No.8, pp.3985-3998, Aug. 2014.

4) 田中晶, “モバイルマルチホップメッシュネットワークの一検討,” 信学全大, B-5-55, p 346, Mar. 2018.

5) 田中晶, “マルチホップ移動体無線通信の一検討ー身近な通信システムを目指してー,” 東京工業高等専門学校研究報告書, No.43(2), pp.127-133, Mar. 2012.

6) 田中晶, “ヘテロジニアスマルチホップ移動体無線通信の一検討,” 東京工業高等専門学校研究報告書, No.44(2), pp.105-108, Mar. 2013.

7) 田中晶, “ヘテロジニアスマルチホップ通信と探索接続ロボット制御への応用,” 東京高専研究報告書, No.45(2), pp.113-117, Mar. 2014.

8) 田中晶, 大場裕也, 菊池隼人, 澁田叡知, 中新井田覚志, 松本 貴大, 小出 瑞生, “可変領域マルチホップネットワークの一検討,” 東京高専研究報告書, No.48, pp.59-65, Feb. 2017.

9) 田中晶, 澁田叡知, 中新井田覚志, 新井将司, 三枝日奈子, 坂本亮, 佐々木貴啓, 佐藤恵介, 松村岳信, 溝畑祐太, “モバイル広域マルチホップネットワークの一検討,” 東京高専研究報告書, No.49, pp.41-46, Mar. 2018.

10) 澁田叡知, “群移動体制御用マルチホップ通信の機能拡張に関する研究,” 2018 年度東京高専特別研究論文, Feb. 2019.

11) 杉本新, “マルチホップ通信を用いた群ドローンのリアルタイム映像制御の研究,” 2018 年度東京高専卒論, Feb. 2019.)

12) 東宇辰朗, “マルチホップ通信による群ドローンの自動探索追尾システムの研究,” 2018 年度東京高専卒論, Feb. 2019.

13) 中新井田覚志, “無線メッシュネットワークに

よる災害時情報伝達システムの研究,” 2018 年度東京高専特別研究論文, Feb. 2019.

14) 河野雅, “スマートフォンを用いた災害用データベースの研究,” 2018 年度東京高専卒論, Feb. 2019.

15) 真下稔央, “マルチホップ通信を用いたデータベース構築における競合の研究” 2019 年度東京高専卒論, Feb. 2018.

16) 川向凜, “メッシュネットワークにおける通信の最適化の研究,” 2018 年度東京高専卒論, Feb. 2019.

17) 橋爪嘉輔, “共有メモリを用いたメッシュネットワークコンピューティング,” 2018 年度東京高専卒論, Mar. 2019. (予定)

18) 橋直輝, “マルチホップ無線通信の電波の解析と可視光通信の研究,” 2018 年度東京高専卒論, Feb. 2019.

19) 田中晶, “マルチホップ通信システムを用いた再構成可能ネットワークコンピューティングの一検討,” 信学ソ大 (通信) , B-5-35, p 284, Sep. 2017.

(2018年12月14日 受理)

流動層焼却灰中のフッ素の溶出量の簡便迅速な測定方法の開発

庄司良*, 廣田季璃*, 深浦仁美**, 高木泰憲**,

若杉玲子***, 甲野裕之****

Simple and rapid measurement method of fluorine elution

Ryo SHOJI*, Kiri HIROTA*, Hitomi FUKAURA**, Yasunori TAKAKI**,

Reiko WAKASUGI***, Hiroyuki KONO****

This study developed a rapid and easy method for detecting fluoride ion eluted from waste incineration ash. The detector was made of lanthanum alizarin complexion and water absorbing polymer. Lanthanum alizarin complexion in the detector becomes blue purple from reddish blue in color when it reacts with fluoride ion. Because the color change suggested decrease of R value of the RGB color space, it was considered to quantify the fluoride ion on the basis of the color image analysis. The correlation coefficient between experimental fluoride ion concentration and calculated concentration from the calibration curve was 0.9, indicating that this method could be applicable to the rapid and conventional analysis of fluoride ions in the field environment. In addition, it was revealed that the remove of some cations beforehand was effective to improve the linearity of the calibration curve.

(Keywords: incineration ash, fluorine, simple analysis)

1. 背景

近年、最終処分場が不足しているという現状から、廃棄物の再資源化が求められている。なかでも、廃水処理工程で発生するスラッジは、全国で年間 300 万トン以上が排出されており、排出量の低減が課題となっている¹⁾。スラッジの焼却灰は、フッ素の溶出量基準を高頻度で超過するという問題点がある。焼却灰に対し環境省告示法に従って溶出試験を実施した場合、高頻度でフッ素の溶出量基準値である 0.8 ppm を超過するという難点がある。そのため、廃棄物処理の現場にて迅速かつ簡便にフッ素濃度をスクリーニングできる手法の開発が求められている。

現状、フッ素の分析法としては、第三者に依頼するとなると多額のコストと時間を要するため、廃棄物排出者が自前で測定できる方法の需要が高い。実験室的にはイオンクロマトグラフィーや SPADNS 法などがある。これらの方法は精密な測定が可能ではあるが、煩雑な前処理が必要なことから、簡便性には乏しいという欠点がある。一方、比較的簡便な方法としてはイオン電極法があるが、溶液の共存物の種類や濃度、pH、塩濃度に電極値が変化することがあり、分析値が不安定などの問題がついてまわる。また、特性として電極電位は

ネルンストの式に従うため、温度依存性が極めて大きい。更に、以上の方法は電源が必要となり、最終処分場や汚染土壌発生の現場での使用は難しい。廃棄物のリサイクルの促進のためにも、現場で簡易的にフッ素溶出量を判断できる分析法が必要である。

そこで本研究では、電源を必要とせず、水を加えて数分間振とうさせてフッ素を試料から溶出させ、溶出したフッ素を発色剤との反応によって検出することで、目視でも比較的簡単にフッ素の溶出の有無を検出できる検出キットを開発した。スマートフォンによって写真撮影することで画像解析から定量的な測定の可能性も検討したので報告する。

2. 研究方法

2.1. 検液の作成

焼却灰の溶出試験は土壤環境基準で規定されている環告 46 号に準拠して行った。焼却灰 25 g と純水 250 mL を 500 mL ポリ瓶に入れ、振とう機で 6 時間水平振とうを行った。0.45 μ m メンブレンフィルターでろ過を行い、ろ液を検液とした。検液は ICP-AES によるアルミニウムの定量分析を行った。Table1 に各検液のアルミニウム濃度、検出

材使用時の pH およびフッ素濃度を示す。

Table1 Concentration of fluorine and aluminum ions in the waste incineration ash elutions and the pH

Sample number	pH	Ion concentration (mg L ⁻¹)	
		Fluorine	Aluminum
1	7.65	0.65	0.52
2	7.61	1.10	0.31
3	7.19	1.23	0.00
4	5.82	1.23	0.00
5	7.58	1.26	0.17
6	7.70	1.46	1.64
7	7.76	1.54	0.23
8	7.78	1.87	0.00

2.2. 検出材の作製

ランタンアリザリンコンプレキソンとフッ化物イオンとの反応を Fig. 1 に示す。ランタンアリザリンコンプレキソンと吸水性ポリマーを混合し乾燥させた発色試薬 0.08 g をプラスチック容器に詰め、ろ材でシールして検出材 (Fig. 2) とした。

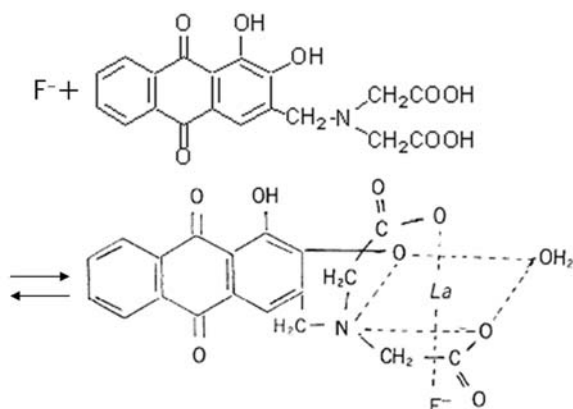


Fig. 1 Reaction of lanthanum alizarin complex with fluoride ion

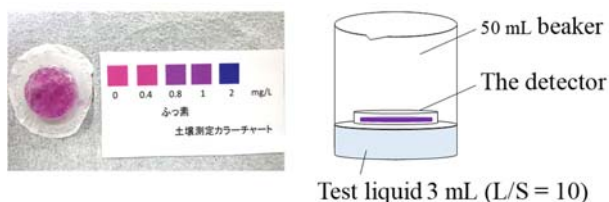


Fig. 2 Picture of the detector and the color chart (Left) and schematic diagram of the detector usage (Right)

2.3. 検出材の使用方法

検液 10 mL を 50 mL ビーカーにとり、アセチルアセトン 0.2 mL を加えスターラーで攪拌した。検液に検出材を浮かべた。検出材を使用してから

15 分後に写真を撮影し、撮影した写真の RGB 値および目視による Fig. 2 に示した色見本との比較によってフッ素濃度を判断した。

2.4. 色見本の作成

所定の濃度のフッ素溶液 3 mL を検出材 0.08 g に対して滴下し、反応後の写真を撮影した。写真を PC に取り込み同程度の色を作成し、印刷物と検出材を比較して色を微調整して作成した。

2.5. SPADNS 法

蒸留水、フッ素濃度 0.5, 1.0, 2.5 mg/L フッ化ナトリウム溶液各 10 mL に対して SPADNS II 試薬 (東亜ディーケーケー) 2 mL を添加し、振り混ぜた。静置してから 1 分後に分光光度計でスペクトルを測定し、580 nm での吸光度からフッ素濃度と吸光度の検量線を作成した。

2.6. RGB 値の測定

色は三原色である赤 (Red), 緑 (Green), 青 (Blue) のそれぞれ 0~255 の数値の組み合わせである RGB で表現される。検出材の色はフッ素と反応して紫色から青紫色に変化するが、このときの RGB 値の変化ではフッ素濃度に応じた R 値の減少が最も傾きが大きいので、R 値を検出材の変色の指標として利用する。撮影した検出材の 5 か所の R 値をフリーソフトのスポイト君を用いて測定し、平均した値を採用した。

3. 結果と考察

3.1. フッ素溶液に対する検出材の使用結果

Fig. 3 にフッ化ナトリウム溶液のフッ素濃度と検出材の写真を画像解析して得られた R 値の関係を与える検量線を示す。Fig. 3 の縦軸は ΔR は検液に適用した検出材の R 値から純水に適用した検出材の R 値を差し引いて求め、退色の度合いを評価したものである。Fig. 3 より、フッ素濃度と検出材の写真の R 値には負の相関がみられる。つまり、フッ素濃度が高くなるにつれて色相のうち赤色 (R 値) が減少していくことが確認された。検量線の傾きはフッ素濃度 0~2 mg/L で十分に大きく、フッ素の溶出基準値 0.8 mg/L の釣果の判断に十分利用可能な相関係数 ($R^2=0.84$) も得られている。

なお、画像は割愛するが、目視でもフッ素濃度の増加とともに赤色から青色への変化がはっきり確認できた。したがって、純水での検出材の R 値と検液での検出材の R 値との差をとることにより、フッ素汚染を簡易的に定量的に把握することが可

能であることが明らかになった。

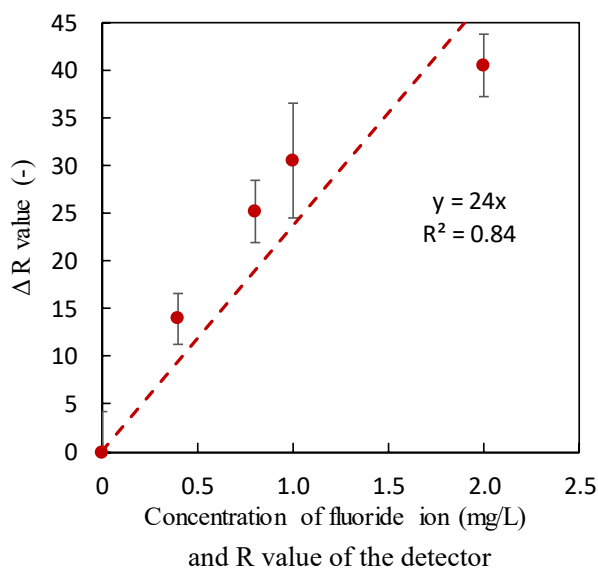


Fig. 3 Relationship between fluoride ion concentration

3.2. 検出材の発色に対する pH の影響

Fig. 4 にフッ素濃度 2.0 mg/L のフッ化ナトリウム溶液に検出材を適用したときの検出材の R 値を示す。pH6 付近で最も R 値が低くなる, つまりフッ素濃度 2.0 mg/L で最も赤色の退色の度合いが大きく, 結果的に高い感度で測定が可能になると判断されるため検液の pH は 6 に調整することとした。

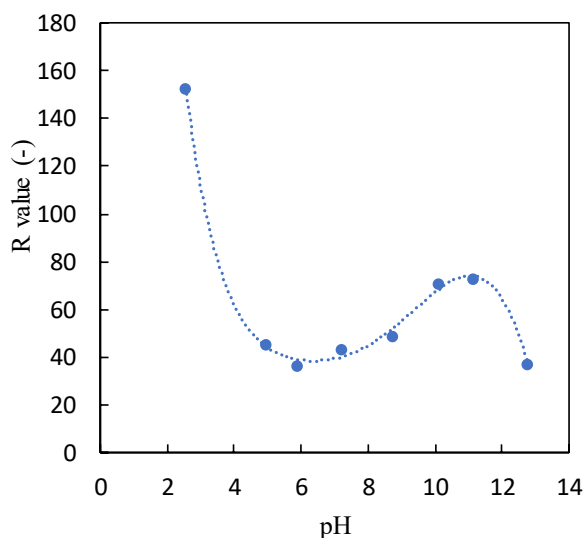


Fig. 4 pH dependence of R value of the detector when 2.0 mg/L fluoride ion solution loaded

Fig. 5 に各 pH でのアルミニウムのスペシエーションを示す。前節で得られた最適 pH である pH6 では Fig. 5 よりアルミニウムは主に $[Al(OH)_3]$

として存在し, フッ化物イオンの水酸化アルミニウムに対する吸着が起こるため⁴⁾, アルミニウムイオンの共存がフッ素イオンの検出に負の妨害を与える可能性が示唆されたため, フッ素の溶出量を分析するにあたりアルミニウムのデマスキングが必要となる³⁾。

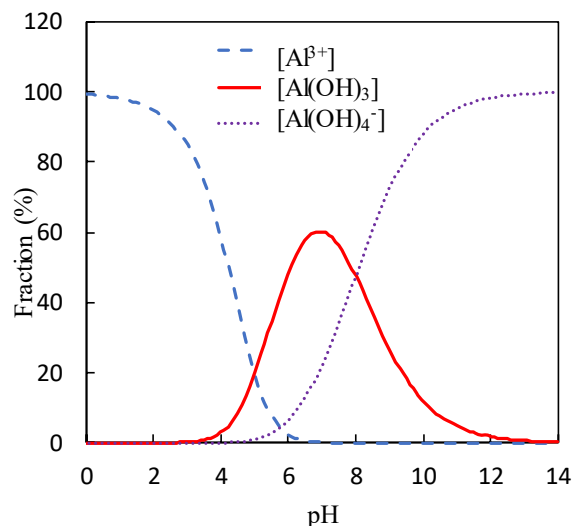


Fig. 5 Speciation of aluminum ion species changing in the solution pH

また, Fig. 6 にアセチルアセトンによるアルミニウムイオンのデマスキング効果を示す。アルミニウムイオンがフッ化物イオンと反応することで検出材に負の妨害を与え, R 値が増加するが, アセチルアセトンを添加することにより, アルミニウムイオンを含まない場合と同程度の R 値となることが確認された。

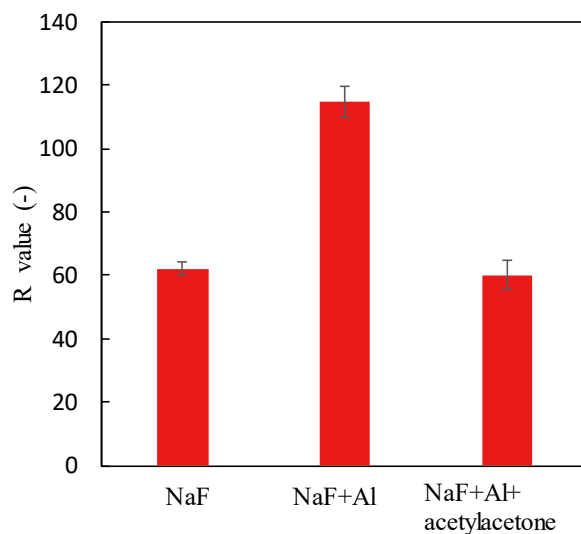


Fig. 6 Comparison of R values of the detector

employed for NaF w/o Al ions and acetylacetone
従って、焼却灰溶出試料のような、フッ素イオン以外にも比較的高濃度にアルミニウムイオンを含む溶液に対しても、アセチルアセトンの添加によって、負の妨害を排除できる可能性が示された。フッ素イオンと結合する可能性のある他の陽イオンとしてはカルシウムイオンなどが考えられるが、本研究で使用した焼却灰試料に関しては、特に大きなカルシウムイオンによる負の妨害影響は確認されなかった。

3.3. 焼却灰検液に対する検出材の使用結果

検液について SPADNS 法で測定したフッ素濃度を Table 1 に示し、そのフッ素濃度と ΔR 値の関係を Fig. 7 に示す。8 試料のうち 1 試料のみフッ素溶出基準値以内の試料となっており、誤検出の有無の確認のために試験したものである。縦軸の ΔR 値は検液に適用した R 値から純水に適用した R 値を差し引いて求めた Fig. 7 よりフッ素濃度 0.8 mg/L を境に、 ΔR が正の値をとること、いいかえると有意な色調の変化が認められることが明らかになった。上述の通りフッ素の溶出基準値は 0.8 mg/L であり、本簡易分析法は溶出基準値以上のフッ素に対してのみ応答することが確認された。更に ΔR とフッ素濃度は相関係数 0.9 で直線関係が得られ、画像解析との組み合わせによって、定量的なフッ素濃度の分析も可能になる見込みが得られた。

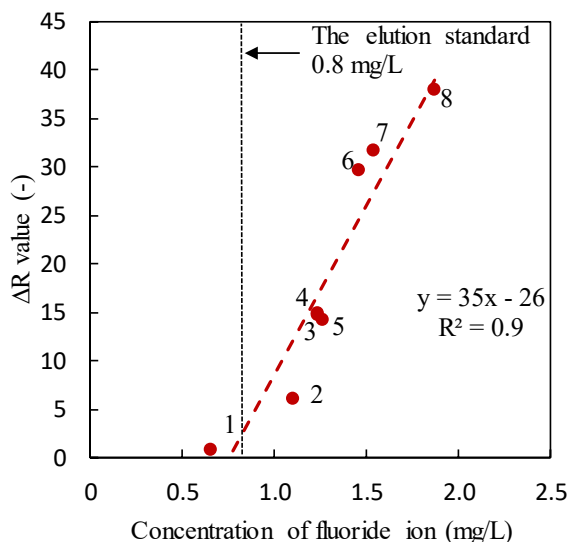


Fig. 7 Relationship between fluoride ion concentration of the test liquid and ΔR value of the detector

最後に、本研究で開発したフッ素イオン検出キットの使い方についてであるが、Fig. 7 でも示さ

れたように、0.8–2.0 mg/L の濃度範囲でフッ素イオンの定量が可能であることが明らかになった。しかし、実際の廃棄物試料や土壌試料はフッ素濃度を大幅に超過するものも散見され、この濃度範囲では数段階の希釈系列の調製という前処理が必要不可欠になる。定量可能な濃度範囲はあくまでも基準値付近の濃度に限定されるため、一時スクリーニング的にまず本フッ素検出キットによって、基準値の超過の有無を判断し、基準値を超過した試料については、精度が担保される実験室での機器分析により、フッ素濃度を正確に定量していくような使われ方が最も適していると考えている。それでも全ての試料について、いきなり精度の高い精密な分析を実施するよりは、労力もコストも大幅に削減できると期待される。

4. 結論

フッ素化合物は不揮発性であるため焼却灰などの固体残渣に残留しやすい。共存するアルミニウムやカルシウムなどと反応して溶出挙動は複雑に変化し、フッ素溶出量をコントロールすることは一般的に困難であるため、検体ごとにフッ素溶出量を実測する必要に迫られる。本研究で開発したフッ素の簡便・迅速な測定法を用いて特に対策が必要となる試料をスクリーニングすることを提案したい。必要な試料には改めて精密な分析を行って溶出量を正確に分析することで、費用を大幅に削減できることが期待される。溶出量基準値以上のフッ素汚染を検出できるキットとして、今回開発したフッ素検出材は有用であり、今後廃棄物処理や汚染土壌の現場で幅広く使用されていくことが期待される。

参考文献

- 1) 浅田素之, 小川恵道ら: PS 灰と砕石粘土を用いたリサイクル地盤材料の活用, 清水建設研究報告第 80 号, p. 7, 2014 年 10 月
- 2) JIS K 0102, 工場排水試験方法, 2013 年
- 3) 橋谷博, 吉田秀世, 安達武雄: アセチルアセトンをデマスキング剤とする水中フッ素の直接定量, 分析化学, vol. 28, no. 11, p. 680, 1979 年 5 月
- 4) 恵藤良弘, 朝田裕之: 新規排水基準項目セレソ・フッ素・ホウ素の処理, 化学装置, vol. 46, no. 8, p. 44, 2004 年 8 月

(2018 年 12 月 14 日 受理)

桃太郎絵巻から見えるもう一つの桃太郎像 (下)

* 船戸 美智子

On the Image of Momotaro in Momotaro Emaki

Michiko FUNATO

This paper aims to analyze 34 kinds of Momotaro Emaki, the picture scrolls which were produced from the Edo era to the Meiji era. It leads to the two assumptions as follows:

1. It can be assumed that the Japanese old tale of Momotaro—the Peach Boy—had already been spread before the Edo era.

2. It can be assumed that the image of Momotaro is that of elegance in Momotaro Emaki—the picture scrolls—written in the Edo era, which is different from his image of bravery in Kusazoshi—the picture books—written in the same era.

The assumption 2 will be explained in the next paper.

(Keywords : Momotaro, Emaki, Kano School)

一 はじめに

本稿は、これまであまり知られていなかった桃太郎絵巻の実態について、約三十種の絵巻を調査し、比較検討を行ったものである。管見に入った絵巻の資料紹介も行ったため、前年度に発表した「桃太郎絵巻から見えるもう一つの桃太郎像(上)」(注1)と共に併せてご覧いただければ幸いである。

調査の結果、桃太郎絵巻がいくつかの特徴により分類できることが分かってきた。前稿では、それらをおよその制作年代順に並べ、影響関係が強いもの同士をまとめた。それが前稿末に掲載した表1「桃太郎絵巻一覧」である。前稿では、その中のA群からC群までの桃太郎絵巻を紹介し、最後に桃太郎絵巻全体に見られる特徴をまとめている。

本稿では、まずそれらの特徴を補足した図で振り返り、続きのD群からその後追加調査した絵巻までを紹介し、最後にテーマである「もう一つの桃太郎像」についてまとめていきたい。

まず、その後の調査によって判明した訂正事項も含め、前稿の概略を紹介する。なお、ここでは前稿の表1を元にして述べる。「群」は絵師の流派や絵巻の絵の構成を中心に、同じ傾向の図柄ごとにまとめた分類のことである。また番号は絵巻の整理番号を示している。

A群は、英一蝶を初めとする英派の絵巻群である。前稿では、2の英一蝶が描いたと言われる絵巻について、松村梢風の『本朝画人伝』にある「英一蝶が宝暦年間に『桃太郎一代記』という絵巻を描いて西本願寺

に納めた」という記述を紹介した。しかしその後、大久保和彦氏のご指摘により、一蝶は宝暦前に他界していたため、宝暦年間に絵巻を描いたということは疑わしいことが判明した。しかし、立教大学図書館蔵の桃太郎絵巻が英一蝶の絵巻を写したと言われており、一蝶が描いた絵巻が存在していた可能性はあるだろう。

A 群は桃太郎絵巻の中でも比較的年代が早いと考えられる。ここではその中の 8 高松市歴史資料館の絵巻を紹介する(後掲 図 1)。婆は桃を食べて若返る(図 1b)。鬼ヶ島へ向かう舟中で肘について寝そべる桃太郎(図 1f)、鬼の門破りでの桃太郎の見栄(図 1g)、雉子が日の丸扇をかざしながら飛んで鬼と戦う様子(図 1h)、宝を前にして鬼にまたがる桃太郎、鬼王の側に座す若い姫と下女(図 1i)などの場面が A 群に共通している。

B 群は狩野派の絵巻の中でも淡彩な筆致のものをまとめた。それらの絵巻に特徴的なのは、爺が初めのほうで夢告を受ける、桃太郎がイノシシに向かって大石を投げる、舟上では桃太郎が錨を投げようとする、最後に桃太郎が平安貴族風の爺婆に宝を見せる(図 2)ことなどである。

C 群は、室町時代に活躍した狩野元信画と伝えられる粉本(前稿に図を掲載)と酷似している絵巻群である。

本稿では、まずこの絵巻諸本の概要の続きとして、前稿表 1 D 群から述べていくことにする。

二、桃太郎絵巻諸本の概要

【D 1】 回春型

- | | | |
|----|----------|------------------|
| 16 | 桃太郎絵巻 | 岡山県立美術館蔵 |
| 17 | 桃太郎絵巻 | 黙庵筆 岡山シティミュージアム蔵 |
| 18 | 絵巻／桃太郎物語 | 八木書店古書通販 76 号所収 |

ここでは 16 の岡山県美本を中心に述べたい。16 は全体的に遠景から見下ろすかのように人物が小さく描かれている。前半はのどかで、鬼ヶ島に向かう一行も山中を旅しているかのようなのである。後半の鬼ヶ島での場面では、趣が変わっている。顔の描き方や人物の装束の文様も前半と異なっており、後半は絵師が加わっている可能性もある。

絵の内容では、鬼と戦う際に、桃太郎が石橋から鬼を投げ飛ばす場面がある(図 3)。また最後の宝献上場面では、唐風の鬼の城内の一段高い間に桃太郎だけが腰掛け、縛られた鬼や宝物を見下ろしている(図 6)。この宝献上の構図はこの D 群に共通するところである。

17 の岡山シティ本には、珍しく全体に渡って詞書きが絵の中に割り書きされている。擬古文で創作されたものようである。巻末の覚書には、絵師が「黙庵」で、元は三巻ものであった旨が記されている。黙庵については詳細不明。この絵巻は、継ぎの齟齬もあり、絵が一部前後している。最後は、桃太郎の門破りで鬼が逃げ惑うところで終わっているが、16 の岡山県美本と絵の構図は似ている部分が多い。

18 にも詞書きがあり、鬼ヶ島へ向かう途中で一行が詠んだ和歌が添えられている。また、門破りの場面では、珍しく桃太郎が門を踏みつけて入り込むところが描かれている。さらに差し出された宝には如意宝珠が盛られたものがあつた。これは、後の 24 廣榮堂本にも見られるものである。

【D 2】 回春型か

- | | | |
|----|-------|--|
| 19 | 桃太郎絵詞 | 文化四 円洲画 手柄岡持賛 円得写 所在不明 |
| | | 奥書「右図円洲並岡持賛円得写之」「文化四」 |
| 19 | は未見。 | 書誌は太田氏論文(太田・二〇〇三)による。古書店で扱われていたもので、『古本カタログ』(晶文社・二〇〇三)に最後の宝献上 |

場面のみが掲載されている。そこには岡山県美本と同じ構図が見られた。それにより岡山県美本と同じ系統であれば、回春型の可能性は高い。賛を供する手柄岡持は、戯作者としても名高い朋誠堂喜三二のことである。絵巻は御用絵師が制作していることが多いので、草双紙を手がける戯作者が絵巻に関わることはたいへん珍しい。

【D3】果生型

- 20 桃太郎ものかたり絵巻 洞秀美之画 東京国立博物館蔵A

奥書「洞秀美之図」 明治写

- 21 桃太郎画伝絵巻 狩野探玄画 国立歴史民俗博物館蔵

各巻末「狩野探玄行年六十一歳筆」ハ朱印

東京国立博物館蔵本（東博本）は、桃太郎絵巻が二種あるため、ここではA・Bと区別する。この20を東博本Aとするが、絵師洞秀美之は、江戸中期の石里洞秀（一七五六～一八二七）のことか（注2）。名は美章または美之。同名父洞秀の養子。筑前福岡藩黒田家の江戸詰の絵師で、駿河台狩野家の狩野元仙に師事。師の没後、その子狩野洞春を教育し名跡をつがせたという。なお、この20の絵巻は洞秀の描いたものを明治に入って模写したことになる。

21の絵師狩野探玄は、文政期（一八一八～一八三二）に活躍した幕府お抱えの絵師であった。生没年が不明なため、制作年代は活躍した頃を想定した。なお巻末の記述から、この絵巻は絵師の還暦の記念に描いたものらしい。

これらは共に桃から生まれる果生型で、絵の構図も酷似性が高い。婆は南瓜大の桃を持ち帰り、それを割ると、一寸法師くらいの大きさの旅姿をした少年が出てくる（図4）。鬼ヶ島に向かう舟の帆には桃の絵が描かれ、猿はその上で見張る。桃太郎の門破りは略され、宝には、隠れ蓑

などの他、珊瑚が載っている。また桃太郎の装束には赤地に白の水玉模様がある（図5）。これは芝居で知られた国性爺合戦の和藤内を見立てているか（注3）。さらに背景がほとんど描かれていないのも20 21二つに共通した特徴である。

ただし、異なっている点も見受けられる。20の絵巻では、爺が丸眼鏡をかけ、爺と桃太郎がともにキセルを吸っている。

また、20には、桃太郎が鬼に向かって大木を振り回す場面で、桃太郎の背に「地茶」と書き入れが見られる。下書きが粉本だった可能性もある。ただし、構図の似ている21はその指定された色どおりには描かれていない。むしろ巻数も三巻に渡っており、幕府お抱え絵師の手によるだけあって、緻密で豪華な絵巻に仕立てられている。

【D4】果生型

- 22 桃太郎絵巻 狩野伊川院栄信画 ニューヨーク市立図書館蔵

スペンサー・コレクション

奥書「伊川院法印藤原栄信筆」朱文方印「玄賞斎」

- 23 昔語桃太郎圖會 遠野市立博物館蔵

22は、アメリカのスペンサー・コレクションに入っているもので、現在アメリカで絵本としても出版されている（注4）。絵師は、文政頃に活躍した狩野伊川院栄信である。狩野派木挽町家八代目。十一歳で奥絵師として勤め始め、若くして家督を継いだ後、朝鮮通信使への贈答用屏風絵制作の棟梁となり、自身も制作したという。その影響か、この絵巻にも唐人行列を模した場面が描かれている。これはすでに鈴木桂子氏の指摘がある（鈴木・二〇一二）。鬼たちは、桃太郎凱旋時には、唐人行列さながらに桃太郎を輿に乗せて行列をつくって見送る。さらに鬼の所有する豪華な船に乗せ、富士山が見える日本に向かっていく。富士山に

近い山梨県大月にも桃太郎伝説が残るが、関連があるか。このように 22 の絵巻は、朝鮮通信使への土産物として描かれたと考えられ、豪華に仕立てられている。

23 の絵巻は、下巻のみが存し、門破りから凱旋場面までが描かれているが、まさに 22 の特徴的な唐人行列を写しており(図 7)、模倣していることは間違いない。またこのような行列は神田明神の祭礼にも影響が及んでおり、図 8 の『神田明神祭禮繪巻』(江戸後期)では、桃太郎絵巻のように桃太郎に扮した子供が輿に担がれて練り歩く様子が描かれている。

なお、22 については桃太郎の誕生場面が省かれている。それを果生型と判断したのは、黍団子作りの場面や桃太郎を見送る場面で、爺婆が老夫婦のままであることから、爺婆が若返る回春型ではなく、桃太郎は桃から生まれたと解釈できるからである。

【D5】果生型

24 桃太郎絵巻 安政六年 渡辺尚輝模写 岡山 廣榮堂蔵

25 桃太郎絵巻 元治元年 樋口探月画 イタリア・ジェノヴァ東洋美術館蔵

落款「元治元甲子年 六月中旬 探月堂源守保画」〈印〉

「淵二(さんずい)に実(女)書」〈印〉

24・25 はともに幕末に模写または制作されている。この時代になると流れてくる桃は、これまでの手で掬い上げられるほどの大きさではなく、現代に見られるような大きなものになってくる。

24 の特徴は、桃太郎の髪型である。牛若丸風で公家の若君によく見られた稚児髷になっている。つまり、ここでは桃太郎が源義経に見立てられている。御伽草子『御曹司嶋渡り』の中では、義経が蝦夷の鬼王に

向かっていることから、この話が桃太郎の原作の一つとも言われることがある。それを踏まえてのものとも考えられる。

絵師についての詳細は不明だが、奥書にはこの絵巻の由来が語られており、十二代將軍徳川家慶が幼少に見ていたものを、阿波徳島藩主蜂須賀公が懇願して借り受け、渡辺尚輝に模写させたものという。

25 は、イタリアの別名キョッソーネ東洋美術館のものである。キョッソーネは明治のお雇い外国人であったが、日本美術品の収集家としても知られている。絵師樋口探月は、鍛冶橋狩野家の門人である。この絵巻で現在確認できるのは、桃太郎誕生、三匹との出会い、鬼との戦い、宝献上の四場面である(注 5)。

これらの絵巻に共通しているのは、誕生場面で、幼児が出てくるほど大きな桃が描かれていることである。鬼退治場面では、桃太郎が太鼓橋の上から鬼を投げ飛ばし(図 3 参照)、また宝献上場面では、桃太郎が鬼の屋敷内に一人腰掛け、従者や後ろ手に縛られた鬼を見下ろしている(図 6 参照)ところも、構図がほぼ同じで、この二場面は D 群全体にも共通する。ただし、25 には詞書きが添えられている。桃太郎が鬼ヶ島に行くという場面では、次のように書かれている。

あるとき桃太郎はちちとははに／むかひ黍のたんごをこしらへ／給はるべし鬼ヶ嶋へ宝をとり／行んと云ちちははは是をととむれ／ともきかねばたんこをこしらへ／あたへたり桃太郎これをもち／たび路のよそほひして只一人／鬼ヶ嶋へいそぐ

桃太郎は、鬼ヶ嶋へ宝を取りに行くため、黍団子を作って欲しいと爺婆に申し出るが、爺婆はそれを一旦留めている。鬼ヶ嶋へ向かう危険を案じてのことであろう。しかし、桃太郎はそれを聞き入れなかったため、爺婆は諦め、望みどおり黍団子をこしらえて持って行かせた。爺婆の親

としての細やかな心情を書き込んでいるが、桃太郎にはそれをはねのける意志の強さと勇気があったことを強調しているかのようである。以下、前稿表1 26以降は、幕末から明治・大正期のもので未見のものも多いため、特徴のあるもののみ記すことにする。

27 桃太郎絵巻 江戸中期 大田南畝模本 所在不明

これはかつての古書展に出品されていたものらしい。太田昌子氏の解説注⁶によれば、詞書きがあり、本文とその注釈という二重構造になっているとのこと、この桃太郎絵巻の中でも特異な構成になっている。

28 桃太郎絵巻 安政元年 冷泉為恭筆 藤澤衛彦旧蔵(注7)

冷泉為恭は、京狩野家の絵師だが、大和絵の復興をめざしたことで名を残している。若い頃から多くの絵巻物を模写し、後に奥絵師狩野養信にも認められた。この絵巻は、二場面ほどしか確認できないが、一八六二年の皇女和宮降嫁の際の調度品の画案として描かれたものだという。桃太郎はちょんまげ姿で描かれている。

29 桃太郎絵巻下絵 江戸末期 河鍋曉斎画 果生型 墨書き 河鍋曉斎記念美術館蔵

河鍋曉斎は、狩野派の絵師でもあった。従者との出会い場面や戦い場面は狩野派の型を継承しつつも、曉斎らしいアレンジも加えている。曉斎はまた、掛け軸でも求めに応じて桃太郎を描いており、宝を献上された時の桃太郎の図一幅と逃げ惑う鬼の家族たちを描いた一幅を残している。絵巻との関連性はない。

31 椿岳桃太郎鬼退治絵巻 淡島椿岳画 所在不明
32 桃太郎絵巻 淡島寒月画 藤澤衛彦旧蔵(注8)

また31・32 淡島椿岳・寒月は親子だが、父椿岳の絵巻については未詳で、絵の影響関係まではわかっていない。

なお椿岳については、野村純一氏が詳しく紹介している(注9)。文政六年(一八二三)に生まれ、谷文晁にも師事した。明治に入ると、浅草本堂近くの淡島堂に移り、参詣人相手に泥絵の具で描いた絵を入口にぶら下げて売り、評判を呼んだという。

幕末においては桃太郎絵巻も、それまでのお抱え絵師が描く豪華な一品というイメージから、椿岳や寒月などの町絵師が町民の求めに応じて書き散らすものへと変化していったと考えることもできよう。

35 (追加) 桃太郎御巻草紙 大屋書房 国際稀覯本フェア二〇一八所収(注10)

この絵巻を観ると、A3群 8 高松市歴史資料館本の絵巻(図1)に近いようである。ほとんどの場面構成が一致している。

しかし特徴的なのは、初めに爺婆が桃を食べて若返り、回春型の出だしと思わせながら、次の場面では桃太郎が桃から赤子姿で誕生する果生型になっていることである。この型は、江戸期の出版物である合巻『赤本再興／桃太郎』(式亭三馬作 歌川国丸画 文化九年(一八一二)刊)にも見られる。絵巻とこれらの草双紙との関係については、今後改めて調査したい。

また、もう一つの特徴は、最後に男たちや猿が三番叟を舞う姿が描かれていることである。依頼主による申年の祝儀物として描かれた可能性もありそうである。

三、桃太郎絵巻の特徴

以上のように約三十種の桃太郎絵巻を調査した結果、見えてきたのは、次のような特徴である。前稿を要約するが、

- 1 絵巻間に絵の構成の類似性があり、いくつかの系統に分かれる。
- 2 詞書きがないものが多い。
- 3 絵巻特有の桃太郎話のプロットがある。

ということである。1については、絵巻制作の事情に関わっていると考えられる。絵巻は、幕府や藩のお抱え絵師が描いているものが多い。それを主に担っていた狩野派では、「臨写を以て初め臨写を以て終るもの」と言われていたように、先達の絵手本を模写することを求められていた。(注11) 桃太郎絵巻のB群からD群にかけては、特に狩野派の絵師たちの手によるものが多く、模写が常套で行われていたのであれば、影響関係が濃いのも頷ける。またそれは絵だけでなく、3の桃太郎話のプロットの継承にも寄与していたとも言える。

また2の詞書きの少なさは、口承でもよく知られていた桃太郎話ならではの特徵に違いない。前稿でも触れたが、一六六八刊の『一休ばなし』では、子に桃太郎の話をしてやろうとすると「古めかしの咄しや。」と言われてしまうという話が出てくる。このように桃太郎話は、江戸中期に絵で登場する以前から、口伝で「古い」と言われるほど人口に膾炙した昔話であったのである。だからこそ、桃太郎絵巻には詞書きはなくとも、鑑賞者は絵を観ながら桃太郎話を語ることでもでき、また観るだけでも理解が可能だったのである。逆に、詞書きがあるものは、絵の内容とは関係なく、桃太郎らが和歌を詠むといったアレンジが施されている。後補によるものとも考えられる。

それでもう一つの3絵巻特有の桃太郎話のプロットでは、次の四つの場面がある。

- (1) 幼少期に、桃太郎は家に来た子どもたちからかわれ、白を投げ飛ばして彼らを追い払う(図1c)

- (2) 桃太郎は、鬼ヶ嶋へ向かう舟の上で寝そべる(図1f)

- (3) 桃太郎が鬼と戦う時には大木を振り回す(図1i)

- (4) 宝献上の場面では、鬼王の側に若い姫が座している(図1j)

これらは、絵巻制作の元になった桃太郎話が寝太郎型だったという証拠ではないか。寝太郎型の桃太郎は、桃太郎はたいそうな怠け者で、近所の若者が山へ誘っても、「鎌がないからいかれない」などと言ってなかなか動かない。やっと一緒に山へ柴刈りに出かけても、その場でまたしばらく寝ころぶが、帰る頃になっていきなり一本の木を引っこ抜いて持ち帰る。怠ける生活はその後も続くが、急に鬼退治に行くと言い出すというものだ(注12)。寝てばかりで子どもたちからかわれたり、舟上で頬杖について寝そべったり、引き抜いたばかりの大木を振り回して鬼を追い回す桃太郎の姿は、まさに寝太郎に映る。

このように絵巻の桃太郎では、寝太郎型の怠ける姿と怪力ぶりのギャップをうまく織り込み、素朴なヒーローを描いていたのである。

しかしながら、その元になった口承による寝太郎型の桃太郎話が江戸時代の中期にどのように流布していたのか、残念ながらその書承の資料は未だ見つかっていない。赤本を初めとする草双紙の中でも、管見の限り舟上の場面が描かれることはほとんどないこともあり、怠けた桃太郎を目にすることはない。明らかにこのプロットは絵巻の世界の特徴なのである。

また(4)の宝献上場面で鬼の娘が同席していることについては、最後に嫁取りとなつて終わる桃太郎話の妻^{つま}覓ぎの痕跡が見られることを前稿の中で記した。絵巻の中では、最後にその鬼の姫を連れ帰ることはないのだが、なぜ故意に鬼の娘を同席させているのかということを考えた時には、桃太郎が牛若丸(義経)にも見立てられていることが浮上する

のである。宝暦期に書かれた読本『桃太郎物語』では、芝居の演目の一つである「鬼一法眼三略巻」を下敷きにして、桃太郎が牛若丸に見立てられ、恋仲になった竜王の娘が父竜王に背き、桃太郎に味方する姿が描かれている。絵巻の最後では、桃太郎を前にして宝を差し出し平伏する鬼王を尻目に、娘の姫はその隣で凜々しい桃太郎を恥じらいながら見つめている(図1-j)。ここではまさにその姫と重なるのである。さらに前述の²⁴ 廣榮堂本の絵巻は、牛若丸を思わせるような出で立ちの桃太郎が描かれており、興味深い。

また力自慢の様子は、金太郎を思わせる。絵巻では熊を投げ飛ばしたり、修験者が桃太郎の怪力振りのをぞき見したりしているものも散見する(図1d・e)。桃太郎の怪力ぶりを示すにあたっては、源頼光の下で酒呑童子(鬼)を退治しにいく坂田金時の姿と重なるほうが容易かったであろう。

四、絵巻から見えるもう一つの桃太郎像

以上のように桃太郎絵巻を俯瞰してみると、そこに描かれた絵の中には昔話桃太郎の原型が残されているのではないか。その根拠は次の三点である。

- 1 桃太郎像に寝太郎型の要素が含まれていること
- 2 最後に、妻覓ぎの痕跡が見られること
- 3 鬼ヶ島へ向かう動機は「宝を取りに行く」こと

現代では、桃太郎が鬼ヶ島に向かうのは、悪事を働いている鬼を退治するためと語られることが多い。しかし、それは古くからのものではない。多くの絵巻に見られるように鬼から差し出される宝は、不思議な呪力を持った隠れ簀・隠れ笠・打ち出の小槌である。人間界にはないもの

であるからこそ、人は渴望するのであろう。絵巻では鬼との戦闘場面が略されても、宝献上の場面があるものもある。また、桃太郎は帯刀しているも、鬼に切りつけることはない。退治することが目的でなかったことは明らかなのである。

このように考えると、絵巻における桃太郎像は、力自慢で鬼に立ち向かう勇敢な青年ではあるが、その過程においては大和絵の穏やかな風景とともに描かれ、凜々しくとも荒々しい姿は見られない。舟上では寝そべる余裕があるほどである。また絵巻のB群では、若返った爺婆も平安朝の貴族を思わせる出で立ちで描かれており(図2)、物語絵巻に見まがうほどである。

桃太郎絵巻にこのような桃太郎の特有の型が継承されているのは、絵巻という媒体が積極的な模写によって、絵手本より絵の構成やそれに伴う話のプロットを受け継いできたことが幸いしている。桃太郎絵巻がいつ頃から描かれ始めたのかは定かではないが、江戸初期には人口に膾炙されていた口承桃太郎を元に、絵巻が描かれたと推測され、原型桃太郎が絵巻の絵によって残されていたと考えれば、桃太郎の受容を考える上でも絵巻は貴重な資料と言えるだろう。

ただし、同時代に出版されていた草双紙との違いや影響についても比較検討すべきであろう。詳細については紙面の制約上、別の機会に譲ることにするが、草双紙と絵巻との違いは大きなものがあると考えている。一つは媒体の違いである。一点物の絵巻と印刷物の草双紙とでは、享受者にも違いがある。

またもう一つは、絵師による創作性である。草双紙に比べれば、絵巻はパロディものがほとんど見られない。歌舞伎などの芝居の影響はありそうだが、それがどこから来ているのかは検証する必要がある。

さらに課題としては、桃太郎話にはなぜ果生型と回春型があるのかということが残されている。絵巻においては回春型のほうが古くから多く、

幕末に近いほど果生型が増えていく傾向にある。また、寝太郎型の桃太郎が西日本に多く継承されていることから、東西の地域差が反映されているかもしれない。しかし、ここでは検証しきれなかったため、引き続き今後の課題としたい。

なお、本稿をまとめるにあたり、大久保和彦氏に多大な資料のご教示と写真等のご協力をいただきました。また日本桃太郎の会をはじめ、諸機関においても絵巻の閲覧および論文掲載に際してご協力を賜り、心より感謝申し上げます。

〈注〉

1. 「東京工業高等専門学校研究報告書」第 49 号 pp.58-67 東京工業高等専門学校 平成 30 年 3 月刊 東京工業高等専門学校図書館 H P にて Web 公開
2. 石里洞秀については、福岡県立美術館 H P の洞秀略歴・解説及び『日本人名大辞典』(講談社)を参照した。

3. 近松門左衛門作の人形浄瑠璃の一つ。歌舞伎でも上演された。明国が韃靼(だつたん) 国に攻められ、壊滅の危機に至ったとき、和藤内という青年が、父母とともに大陸に渡って明国の復興をはかるといふもの。和藤内は攻め込む時に赤地の呉組に金銀打ちの胴丸を身につけており、それが遠目には赤地に白い水玉の模様に見える。また、桃太郎絵巻の鬼と戦う場面で桃太郎が太鼓橋の上から鬼を投げ飛ばす絵を描いているもの(図 3) があるが、和藤内も太鼓橋の上で見栄を切る場面があり、見立ての可能性がある。

4. "Momotaro And The Island Of Ogres", Stephanie Wada, George Braziller Inc. New York, 2005

5. 『秘蔵日本美術大観 12 ヨーロッパ蒐蔵 日本美術選』講談社、一九九四年刊 絵巻の一部所収。

6. 太田昌子「53 桃太郎絵巻解説」国文学研究資料館『チェスター・ビーティ・ライブラリー絵巻解題目録 図録篇』勉誠出版、二〇〇二年三月刊、pp.135-137

7. 古典籍下見展 平成三年十一月一五六号に一部写真掲載。また藤澤衛彦監修絵本『桃太郎』(文那須田稔 絵 福田庄助) 鶴書房、一九六七年刊の解題の中

にも絵巻の写真が一部掲載。「藤澤衛彦蔵書より」と記載あり。

8. 藤澤衛彦「日本の代表的童話」『図説 日本民俗学全集』第 2 巻 伝承説話編、あかね書房、一九六〇年刊所収

9. 野村純一『江戸東京の噂話』大修館書店 二〇〇五年刊

10. 国際稀覓本フェア二〇一八 図録 p.261 一部所収。大屋書房「54 桃太郎御巻草紙 江戸後期写 浅黄色唐草文薄絹表紙 金紙題簽 唐木軸 27.5×15.89 cm」

11. 安村敏信「狩野画塾の教育法」『別冊太陽 一三二 狩野派決定版』平凡社、二〇〇四年刊

12. 松谷みよ子 文、瀬川康男 絵『日本のむかし話 ももたろう』昭和四五年刊、講談社 この絵本は、ある地方に伝わる昔話から方言を生かして作られている。また関敬吾『日本昔話大成』第 3 巻「桃太郎」にも、徳島・広島・岡山の桃太郎話に寝太郎型のものが掲載されている。

〈参考文献〉(原則として前掲分を除く)

- 柳田国男『桃太郎の誕生』角川文庫、一九五一刊
- 関 敬吾・野村純一・大島廣志編『日本昔話大成』角川書店、一九七九年刊
- 野村純一『昔話の森 桃太郎から百物語まで』大修館書店、一九九八年刊
- 内ヶ崎有里子『江戸期昔話絵本の研究と資料』三弥井書店、一九九九年刊
- 太田昌子「桃太郎のイメージ」『文化史の構想』吉川弘文館、二〇〇三年刊
- 群馬県立土屋文明記念文学館「第 32 回特別展 桃太郎はどこへ行く」展覧会パンフレット、二〇〇五年七月九日発行
- 野村純一『桃太郎と鬼 野村純一著作集 第三巻』清文堂、二〇一一年刊
- 鈴木桂子「浮世絵にみる他者の構築―「唐人」という視点から考える―」『風俗絵画の文化学 II 虚実をうつす機知』思文閣出版、二〇一二年刊
- 保立道久『物語の中世 神話・説話・民話の歴史学』講談社学術文庫、講談社、二〇一三年刊

船戸：桃太郎絵巻から見えるもう一つの桃太郎像(下)



c



b



a



e



d



g



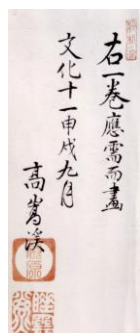
f



i



h



j



図1 桃太郎絵巻 高嵩溪画
高松市歴史資料館蔵



図3 桃太郎絵巻下巻 岡山県立美術館蔵
〈桃太郎が太鼓橋から鬼を投げる〉



図2 桃太郎絵巻 栄川画 東京国立博物館蔵B
〈宝を爺婆に献上〉
Image: TNM Image Archives



図7 昔話桃太郎圖會 下巻 遠野市立博物館蔵
〈桃太郎凱旋〉



図4 桃太郎ものかたり絵巻 洞秀美之 画
東京国立博物館蔵A 〈果生型誕生〉
Image : TNM Image Archives



図8 神田明神祭禮繪巻 卷一 国立国会図書館蔵
〈桃太郎凱旋〉
国立国会図書館デジタルコレクションより



図5 桃太郎ものかたり絵巻
東京国立博物館蔵A 〈鬼の宝献上〉
Image : TNM Image Archives



図6 桃太郎絵巻下巻 岡山県立美術館蔵
〈鬼の宝献上〉

(2018年12月14日受理)

©東京工業高等専門学校

東京工業高等専門学校研究報告書

第50号

平成30年度

平成31年3月31日発行

編集者 東京工業高等専門学校情報・図書・広報室

発行者 東京工業高等専門学校

〒193-0997 東京都八王子市栢田町1220-2

TEL (042) 668-5111